

1.1. La fréquence du courant induit sera celle de i_1 .

Loi de Lenz : le sens du courant induit est tel qu'il s'oppose à la variation du flux de $\vec{B}$. Si i_1 croît, B croît et le flux de B à travers la plaque croît. Le courant induit dans la plaque doit donc créer un champ B_i opposé. le sens du courant induit sera alors opposé à i_1 . Par contre si i_1 décroît, le sens du courant induit sera celui de i_1 .

1.2.1 $\vec{v} = \vec{\Omega} \wedge \vec{ON}$ car $\vec{v} = r\Omega\vec{u}_\theta$ avec $\vec{u}_\theta = -\sin\theta\vec{e}_x + \cos\theta\vec{e}_y$ et $r\sin\theta = y$; $r\cos\theta = x$ $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_z$
 $\vec{v} = r\Omega(-\sin\theta\vec{e}_x + \cos\theta\vec{e}_y) = \Omega(-y\vec{e}_x + x\vec{e}_y) = \Omega\vec{e}_z \wedge (x\vec{e}_x + y\vec{e}_y) = \vec{\Omega} \wedge \vec{ON}$

2. $\vec{j} = ne\vec{v} = ne\vec{\Omega} \wedge \vec{ON} = ne\Omega(z)(-y\vec{e}_x + x\vec{e}_y)$ (e algébrique)

3. $\frac{\partial j_x}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 j_x}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial j_x}{\partial y} = -ne\Omega(z) \rightarrow \frac{\partial^2 j_x}{\partial y^2} = 0$
 $\frac{\partial j_y}{\partial x} = ne\Omega(z) \rightarrow \frac{\partial^2 j_y}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial j_y}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 j_y}{\partial y^2} = 0$

1.3.1. $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

2. $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ $\text{div } \vec{B} = 0$ $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\text{rot } \vec{B} = \mu(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

3. $\text{div}(\text{rot } \vec{B}) = 0 \rightarrow \text{div } \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{\epsilon_0} \right) = 0 \rightarrow \text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

4. $\text{div } \vec{j} = \text{div}(\gamma \vec{E}) = \gamma \text{div } \vec{E} = \gamma \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \gamma \frac{\rho}{\epsilon_0} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \rho = \rho_0 e^{-\frac{\gamma}{\epsilon_0} t}$

AN $\frac{\gamma}{\epsilon_0} = \frac{10^6 \cdot 36\pi \cdot 10^9}{\epsilon_0} \approx 10^{17} \Rightarrow$ au bout de $\tau \sim 10^{-17} s$ on a $\rho \approx \rho_0 e^{-1}$

Il faut que ρ décroisse très vite par rapport aux variations temporelles de $\vec{B}$ donc il faut une période T de B suffisante, telle que $T > \tau$ donc une fréquence $f < \frac{1}{\tau}$.

Ainsi le conducteur est neutre pour des fréquences du champ $< 10^{17} \text{ Hz}$
 $\rightarrow \text{div } \vec{E} = 0$

5. courants de déplacement : $j_D = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon_0 \omega E \Rightarrow \frac{j_D}{j} = \frac{\epsilon_0 \omega}{\gamma}$
 courants de conduction : $j = \gamma E$

AN $\frac{j_D}{j} \sim \frac{1 \times 2\pi \times 25 \times 10^3}{36\pi \cdot 10^9 \times 10^6} \sim 10^{-12} \ll 1 \rightarrow \text{rot } \vec{B} \approx \mu \vec{j}$

$\text{rot } \vec{B} = \mu \vec{j}$

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \text{rot } \frac{\vec{E}}{\gamma} = -i\omega \frac{\vec{B}}{\gamma}$

$\text{rot}(\text{rot } \frac{\vec{E}}{\gamma}) = \text{rot}(-i\omega \frac{\vec{B}}{\gamma})$

$\text{grad div } \frac{\vec{E}}{\gamma} - \Delta \frac{\vec{E}}{\gamma} = -i\omega \mu \frac{\vec{E}}{\gamma} \rightarrow \Delta \frac{\vec{E}}{\gamma} = i\omega \mu \frac{\vec{E}}{\gamma}$

$\text{div } \frac{\vec{E}}{\gamma} = 0$ (eq. cons. charge)

1.4. $\Delta \frac{\vec{E}}{\gamma} = \left(\frac{\partial^2 j_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 j_x}{\partial z^2} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial^2 j_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 j_y}{\partial z^2} \right) \vec{e}_y$ ($j_z = 0$)
 1.2.3 $\rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow 0$

1.3.6 $\Delta \underline{J} = i\gamma\omega\mu \underline{J} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \underline{J}_x}{\partial z^2} = i\gamma\omega\mu \underline{J}_x}$ et $\boxed{\frac{\partial^2 \underline{J}_y}{\partial z^2} = i\gamma\omega\mu \underline{J}_y}$ (2)

1.5 résolution : $\frac{\partial^2 \underline{J}_x}{\partial z^2} = (1+i)^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma\omega\mu}{2}}\right)^2 \underline{J}_x \rightarrow \underline{J}_x = A_x e^{(1+i)\sqrt{\frac{\gamma\omega\mu}{2}}z} + B_x e^{-(1+i)\sqrt{\frac{\gamma\omega\mu}{2}}z}$
 de m $\underline{J}_y = A_y + B_y$

1.6 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma\omega\mu}}$ épaisseur de peau ou profondeur de pénétration

$\omega = 2\pi f$
 $\mu = \mu_0 \mu_r$
 $\rightarrow \delta = \frac{1}{\sqrt{\gamma\mu f}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0}}$ A.N $\frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-3} \sqrt{0.1}} = 503,3$
 $\rightarrow \boxed{\delta = \frac{503,3}{\sqrt{\gamma\mu f}}}$

1.7.a. $\delta = \frac{503,3}{\sqrt{10^6 \cdot 1 \cdot 25000}} = 3,18 \text{ mm}$ pour l'amagnétique

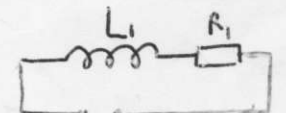
$\delta = \frac{503,3}{\sqrt{10^6 \cdot 5 \cdot 350 \cdot 25000}} = 0,076 \text{ mm}$ pour le magnétique

b. Plaque d'épaisseur $e = 10 \text{ mm} \rightarrow \frac{\delta}{e} = \frac{3}{10} < 1$ pour l'amagnétique : exp. $\frac{10}{3} \sim 3\%$
 $\frac{\delta}{e} \ll 1$ pour le magnétique

c. Comme on peut considérer $z \rightarrow \infty$ on ne peut pas avoir de $J \rightarrow \infty$ donc
 $A_x = 0 = A_y \rightarrow \boxed{\underline{J}_x = B_x e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}}}$ $\boxed{\underline{J}_y = B_y e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}}}$

1.8. $\rightarrow \underline{J} = (B_x \underline{e}_x + B_y \underline{e}_y) e^{-(1+i)\frac{z}{\delta} + i\omega t} = (B_x \underline{e}_x + B_y \underline{e}_y) e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})}$
 $\boxed{|\underline{J}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} e^{-\frac{z}{\delta}} = J_0 e^{-\frac{z}{\delta}}}$

2.1.1. $R_1 = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\gamma S} = \frac{20 \times 2\pi \times 0,05}{55,5 \cdot 10^6 \times \frac{\pi}{2} \times 4 \cdot 10^{-6}} = 1,8 \cdot 10^{-2} \Omega$
 ← rayon moyen
 *section de cuivre = 1/2 section du fil"

2.1.2. 
 $\underline{e} = \underline{Z} \underline{i} = (jL_1\omega + R_1) \underline{i} \Rightarrow E_e = \sqrt{L_1^2 4\pi^2 f^2 + R_1^2} I_e$
 BF $\rightarrow L_1 = \sqrt{\frac{E_e^2 - R_1^2 I_e^2}{4\pi^2 f^2 I_e^2}} = \sqrt{\frac{24^2 - 1,8^2 \cdot 10^{-4} \cdot 5,1^2}{4\pi^2 \cdot 25^2 \cdot 10^6 \cdot 5,1^2}} = \frac{E_e}{2\pi f I_e} = \frac{24}{2\pi \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot 5,1} = 0,03 \text{ mH}$

2.2.1. $R_2 = \frac{l}{\gamma S} = \frac{2\pi r}{8 \cdot 2\pi S} = \frac{\pi}{\gamma S} = \frac{\pi}{5 \cdot 10^6 \cdot 76 \cdot 10^{-6}} = 8,3 \text{ m}\Omega$

2. formule de l'énoncé : $L_2 = \mu_0 r \left[\ln\left(\frac{8r}{\rho}\right) - \frac{7}{4} \right] = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \left[\ln\left(\frac{8 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 0,05 \times 76 \cdot 10^{-6}}{\pi}}}\right) - \frac{7}{4} \right] = 0,239 \mu\text{H}$
 $S = 2\pi r S = \pi \rho^2 \rightarrow \rho = \sqrt{\frac{2rS}{\pi}}$

3. $\frac{R_2^2}{(L_2\omega)^2} \leq 0,05 \Leftrightarrow \frac{R_2^2}{0,05 L_2^2} < 4\pi^2 f^2 \Leftrightarrow f \geq \frac{R_2}{2\pi \cdot 0,05 L_2} \Leftrightarrow f \geq \frac{8,3 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0,05 \cdot 0,239 \cdot 10^{-6}} = 24718 \text{ Hz}$

$\Rightarrow f \geq 24718 \text{ Hz}$
 OK pour $f = 25000 \text{ Hz}$