

Sujet 1) TCI dans le référentiel du boîtier non galiléen car en accélération (0x étant lié au boîtier)

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{f}_f + \vec{F}_{ie} = m \ddot{x} \vec{i} \quad (0x \text{ étant lié au boîtier})$$

$$\vec{F}_{ie} = -m \ddot{y} \vec{i} \quad \text{car } \vec{a}_e = \text{accélération du boîtier, repère par } y \text{ dans le réf. fixe}$$

0 étant la position d'équilibre, x l'allongement par rapport à l'équilibre.

$$\vec{P} + \vec{T} = -\vec{T}_{eq} + \vec{T} = -kx \vec{i} \quad (\text{cf plus bas pour + de détails})$$

$$-kx - h \dot{x} - m \ddot{y} = m \ddot{x} \rightarrow \ddot{x} + \frac{h}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = y_m \omega^2 \cos \omega t$$

$$\text{Avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m} \text{ et } Q = \frac{1}{2\mu} = \frac{m \omega_0}{h} \rightarrow \ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = y_m \omega^2 \cos \omega t$$

équation canonique

$$2) a) \text{ Régime forcé } \rightarrow \text{ complexe } x = x_m e^{j(\omega t + \varphi)} \text{ et } y = y_m e^{j\omega t}$$

$$\rightarrow (-\omega^2 + j \frac{\omega_0}{Q} \omega + \omega_0^2) x_m e^{j\varphi} = y_m \omega^2$$

$$\text{Avec } \theta = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } \alpha = \frac{x_m}{y_m} \rightarrow \left(-\theta^2 + j \frac{\theta}{Q} + 1 \right) \alpha e^{j\varphi} = \theta^2$$

Pour avoir α on passe au module :

$$\alpha = \frac{\theta^2}{\sqrt{(1-\theta^2)^2 + \frac{\theta^2}{Q^2}}}$$

$$b) \text{ Pour avoir } \varphi \text{ on isole } e^{j\varphi} = \frac{\theta^2}{\alpha (1-\theta^2 + j \frac{\theta}{Q})} = \frac{\theta^2 (1-\theta^2 - j \frac{\theta}{Q})}{\alpha ((1-\theta^2)^2 + (\frac{\theta}{Q})^2)}$$

$$d'où \tan \varphi = \frac{\theta}{Q(\theta^2 - 1)} \text{ avec } \sin \varphi < 0 \text{ soit } \varphi \in [-\pi; 0]$$

$$3) Q = 1 \text{ d'où } \alpha = \frac{\theta^2}{\sqrt{(1-\theta^2)^2 + \theta^2}} ; \text{ on souhaite } 1,02 > \alpha > 0,98$$

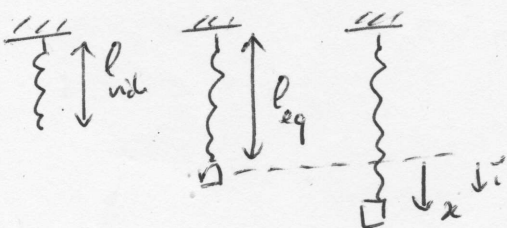
$$\text{Pour } \alpha > 0,98 \text{ donc } \frac{\theta^2}{\sqrt{(1-\theta^2)^2 + \theta^2}} > 0,98 \rightarrow (\theta^2)^2 > 0,98^2 (1-\theta^2 + \theta^4) \rightarrow \theta^4 (1-0,98^4) + 0,98^2 \theta - 0,98^2 > 0$$

$$\text{Eq. 2}^{\text{d}} \text{ degré en } \theta^2 \quad \Delta = 0,98^4 + 4 \cdot 0,98^2 (1-0,98^4)$$

$$\text{Inégalité } \rightarrow \text{ du signe de } \theta^4 \text{ hors des racines} \quad \text{Solutions : } \theta^2 = \frac{1}{2(1-0,98^2)} (-0,98^2 \pm \sqrt{\Delta})$$

1 seule positive

$$\text{Il faut } \theta > \sqrt{\frac{1}{2(1-0,98^2)} (-0,98^2 + \sqrt{\Delta})} \quad \theta_m > 0,98$$



$$\begin{aligned} \vec{T} &= -k(l_{eq} + x - l_{vide}) \vec{i} \\ \vec{T}_{eq} &= -k(l_{eq} - l_{vide}) \vec{i} \end{aligned} \Rightarrow \vec{T} - \vec{T}_{eq} = -kx \vec{i}$$