



Numéro d'inscription

Nom

Prénom

Épreuve : Physique 1 PC

Signature

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

		/		
--	--	---	--	--

Question 1

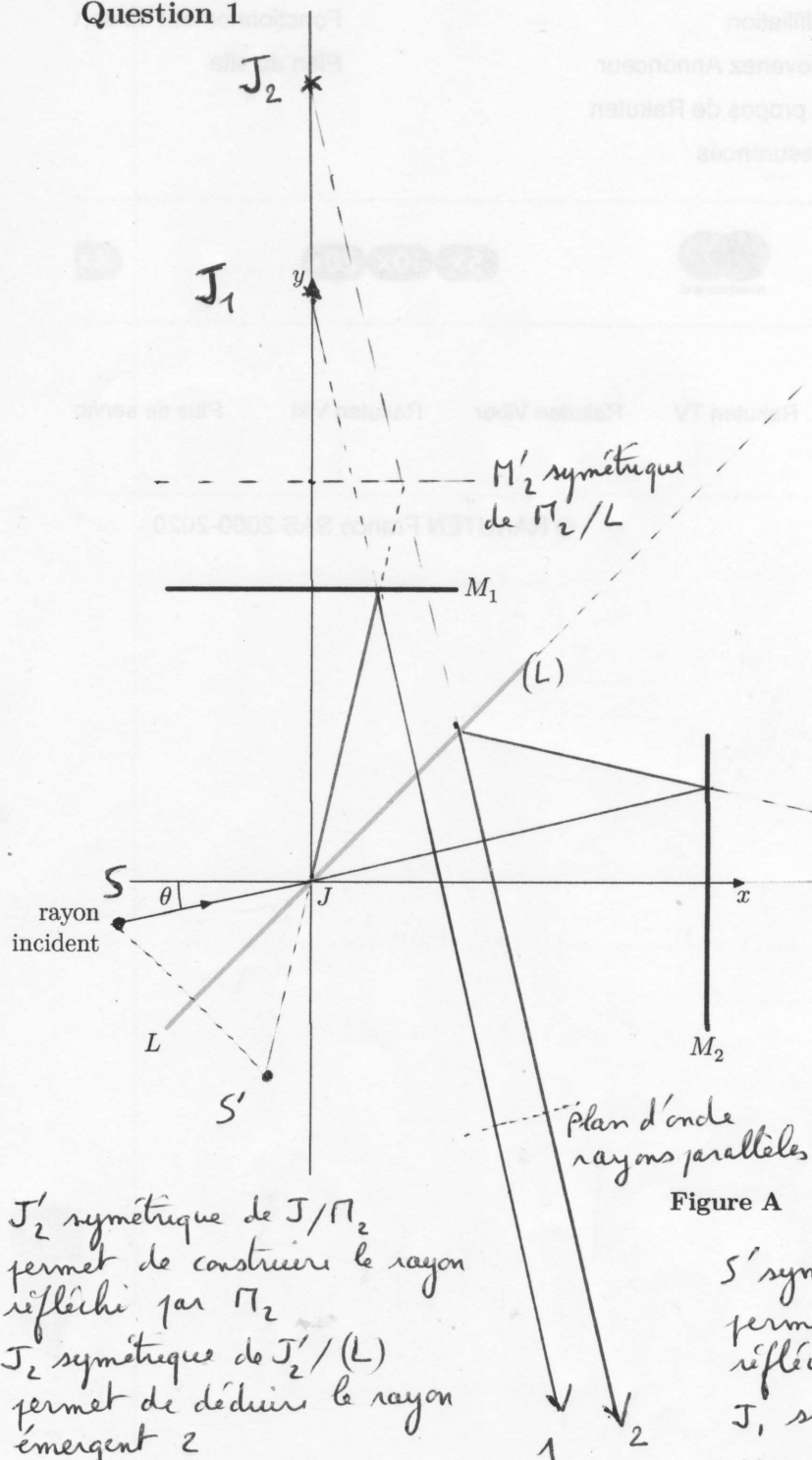
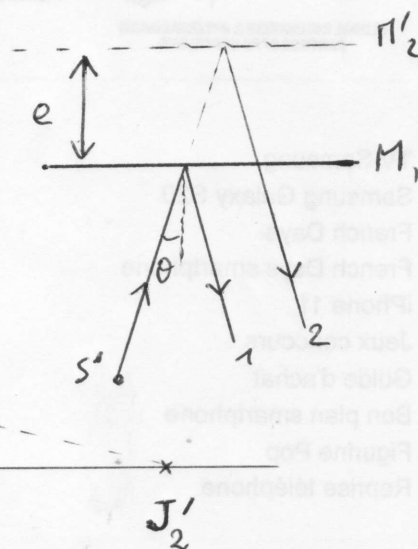


Figure A

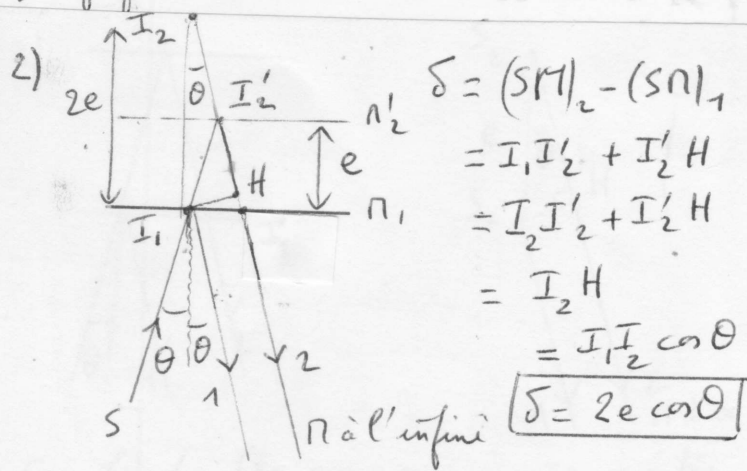
Lame d'air équivalente

$SJ = S'J \rightarrow$ tout se passe
comme si le rayon provenait
de S'



S' symétrique de $S / (L)$
permet de construire le rayon
réfléchi par L
 J' symétrique de J / M ,
permet de déduire le rayon
émergent 1

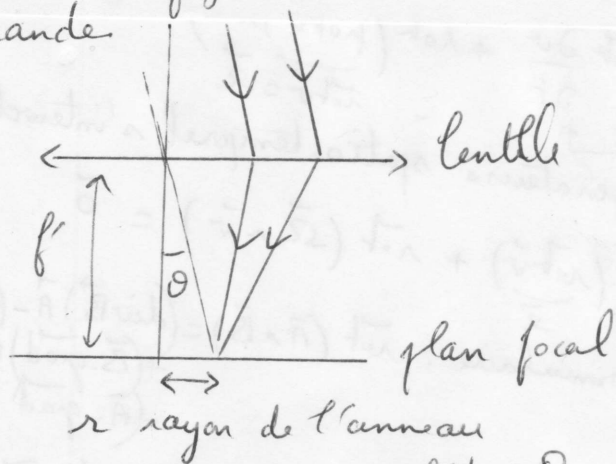
1) cf feuille annexe



3) La figure d'interférences est localisée à l'infini.

On l'observe dans le plan focal d'une lentille.

Plus la distance focale est grande plus la figure d'interférences est grande.



$$\tan \theta = \frac{r}{f'} \rightarrow r = f' \tan \theta$$

on choisira donc $f' = 1 \text{ m}$ (proportionnalité)

4) $\delta = 2e \cos \theta$

A e constant, on a la même différence de marche, (donc le même ordre p) à $\theta = \text{cte}$ ce qui donne l'allure d'un cercle

$\theta = \text{cte} \rightarrow$ "égale inclinaison"

5) Il faut translater un miroir pour arriver au contact optique. Il faut voir les anneaux "rentier". Quand on fait rentier les anneaux on en voit de moins en moins

sur l'écran. Ils sont moins resserrés.

Au contact optique, on observe un éclaircissement uniforme.

6) En coin d'air, les franges sont localisées sur les miroirs. On pourra les observer dans le plan conjugué d'une lentille. Il faudra que la distance entre les miroirs et l'écran dépasse $4f'$.

7) On admet donc $\delta = \pm 2\alpha x$. L'interfrange $i = dx$ quand $|d\delta| = \lambda_0$ soit $\lambda_0 = 2\alpha i$ $\boxed{i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}}$

Si $\alpha \uparrow$ alors $i \downarrow$, les franges se resserrent.

8) En incidence quasi-normale on néglige l'effet de réfraction alors $\delta = 2ne$ (sans compter le déphasage sur milieu plus réfringent) ce qui correspond à un déphasage $\varphi_{21} = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2ne$

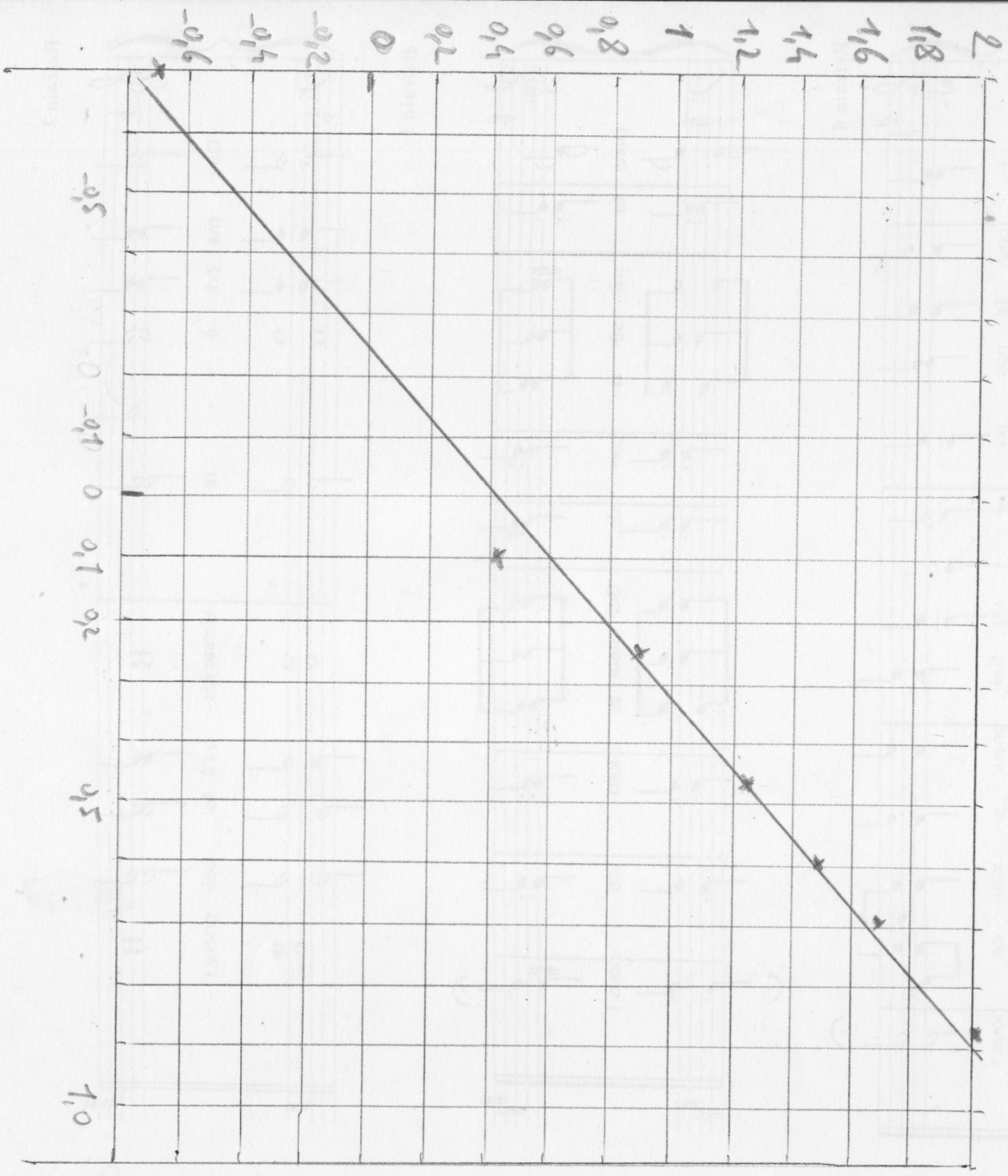
Le rayon 1 subit ici une réflexion sur milieu plus réfringent donc $\varphi_{21} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2ne - \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2ne - \frac{\lambda_0}{2})$

Le fait de mettre un signe + ne changera pas la nature (sombre ou brillante) des franges à étudier donc on peut aussi écrire

$$\boxed{\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right)} \quad (\text{OK})$$

9) On remarque sur la fig 6 que i diminue vers le bas donc α augmente ($i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$). La lame doit s'épaissir vers le bas ce qui est normal par gravité $\uparrow$

profil de la lame $\uparrow$



Revised by PRINCE HANSEN 11/11

10) à un instant t (donc par une photo) et si $z \uparrow$ d'après

$$e = \sqrt{\frac{2\gamma(H-z)}{\rho g}}$$

ce qui est en accord avec le constat précédent en question 9

11) Pour vérifier la loi $e = K(H-z)^\beta$ je trace $\ln e$ en fonction de $\ln(H-z)$

En effet $\ln e = \ln K + \beta \ln(H-z)$

$$\text{Or } \delta = 2ne + \frac{\lambda_0}{2} = p\lambda_0$$

$$\text{d'où } 2ne = (p - \frac{1}{2})\lambda_0$$

La 1^{re} frange brillante correspond à $p=1$
Donc le n° de la frange brillante est p

$$\text{Ainsi } \ln\left(\left(p - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{2n}\right) = \ln K + \beta \ln(H-z)$$

$$\text{avec } \lambda_0 = 600 \text{ nm} \quad n = 1,4 \quad H = 5 \text{ cm}$$

On peut arranger en

$$\ln\left(p - \frac{1}{2}\right) = \text{Cste} + \beta \ln(H-z)$$

et tracer $\ln(p - \frac{1}{2})$ en fonction de $\ln(H-z)$

n°	1	2	3	4	5	6	7	8
p	1	2						
$\ln(p - \frac{1}{2})$	-0,69	0,41	0,92	1,25	1,50	1,70	1,87	2,01
$z \text{ (cm)}$	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6
$\ln(H-z)$	-0,69	0,10	0,26	0,47	0,59	0,69	0,79	0,87

Pour reproduire au plus grand sur la feuille annexe, je multiplie par 5 l'échelle des ordonnées.
10 des abscisses

Les points s'alignent bien sur une droite, ce qui confirme la loi

Calcul de la pente : on prend les 2 points extrêmes sur cette droite

$$\beta = \frac{2 - (-0,8)}{0,9 - (-0,7)} = 1,75$$

Cette valeur est loin de 0,5 que donnerait la loi attendue $e = \sqrt{\frac{2\gamma(H-z)}{\rho g}}$
Capillarité à mettre en jeu ?

12) $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$: accélération locale

$(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$: accélération convective

13) $-\text{grad } p$: force volumique de pression

$\gamma \Delta \vec{v}$: force volumique de viscosité

$\vec{f}$: force volumique (de pesanteur ou autre selon interaction)

14) En négligeant $\vec{f}$ et $\gamma \Delta \vec{v}$ on

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = -\text{grad } p$$

Formulaire : $\text{rot}(\text{grad}) = \vec{0}$

Prendons le rot de N.S sans sa

$$\text{forme } \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad } v^2 + (\text{rot } \vec{v}) \wedge \vec{v} = -\text{grad } p$$

alors comme $\text{rot}(\text{grad}) = \vec{0}$ il rest

$$\text{rot} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{rot}((\text{rot } \vec{v}) \wedge \vec{v}) = \vec{0}$$

$\uparrow \quad \uparrow$

opérateurs spatio-temporel s'interchangent

$$\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{v}) + \text{rot}(\vec{\Omega} \wedge \vec{v}) = \vec{0}$$

$$\text{Formulaire : } \text{rot}(\vec{A} \wedge \vec{B}) = (\text{div } \vec{B}) \vec{A} - (\text{div } \vec{A}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \text{grad}) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \text{grad}) \vec{B}$$

$$\text{d'où } \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + (\text{div } \vec{v}) \vec{\Omega} - (\text{div } \vec{\Omega}) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{\Omega} - (\vec{\Omega} \cdot \text{grad}) \vec{v}$$

mais l'incompressibilité donne $\text{div } \vec{v} = 0$

$$(\text{div } \vec{\Omega}) \vec{v} = (\text{div}(\text{rot } \vec{v})) \vec{v} = \vec{0} \text{ (formulaire)}$$

on a bien trouvé :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{\Omega} = (\vec{\Omega} \cdot \text{grad}) \vec{v} \quad (\text{OK})$$

15) L'écaillage de la lame de savon est tridimensionnel car la lame s'étire verticalement mais s'amincit vers le haut.

16) Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$

Equations de Maxwell :

$\text{div } \vec{E} = 0$ (conducteur globalement neutre)

$\text{div } \vec{B} = 0$

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Dans le cadre des régimes quasi-stationnaires on peut négliger le terme de variation de $\vec{E}$ et la 4^e équation devient $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ (comme en statique)

$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$ donne

$\text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \vec{0} - \Delta \vec{E}$

$-\frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{j}) = -\Delta \vec{E}$ et avec $\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$

$\Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$ ce qui est bien une

équation de diffusion puisque on y retrouve une dérivée spatiale seconde et une dérivée temporelle première.

17) Avec en complexe : $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_x$

on obtient, sachant que $\Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E}$

$-k^2 - \mu_0 \sigma_0 i \omega = 0$

sat $k^2 = -i \mu_0 \sigma_0 \omega$ que est l'équation de dispersion

En prenant la racine carrée de k^2

$k = \sqrt{\mu_0 \sigma_0 \omega} (-i)^{\frac{1}{2}}$

$k = \pm \sqrt{\mu_0 \sigma_0 \omega} \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)$

Si on souhaite une onde se propageant uniquement selon $z \uparrow$ il faut

prendre la solution k avec $\text{Re}(k) > 0$ d'où $k = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_0 \omega}{2}} (1-i)$

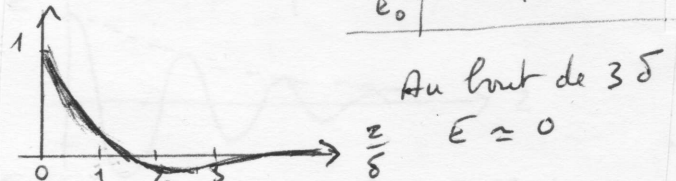
18) $\vec{E} = E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$

ou encore $\vec{E} = E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$

$\vec{E} = E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{e}_x$

A t fixé (prenons $t=0$ pour simplifier)

$\frac{E}{E_0} = e^{-\frac{z}{\delta}} \cos \frac{z}{\delta}$	$\frac{z}{\delta}$	0	$\frac{\delta}{2}$	δ	3δ
$\frac{E}{E_0}$		1	0,53	0,10	0,05



Au bout de 3δ

$E \approx 0$

L'amplitude du champ électrique varie en $E_0 e^{-\frac{z}{\delta}}$ ce qui signifie que en $z = \delta$ elle est divisée par e c-à-d par 2,7

en $z = 10\delta$ elle est divisée par 22000 on peut donc considérer qu'il n'existe plus de champ électrique au bout de quelques δ . L'épaisseur de peau δ représente la zone où les effets du champ se font encore ressentir.

19) Effet Joule : $P_{\text{vol}} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma_0 E^2$

$P_{\text{vol}} = \sigma_0 E_0^2 e^{-\frac{2z}{\delta}} \cos^2(\omega t - \frac{z}{\delta})$

P_{vol} n'est pas uniforme

$P = \int_0^\infty P_{\text{vol}} dz$

$\langle P_{\text{vol}} \rangle = \frac{1}{2} \sigma_0 E_0^2 e^{-\frac{2z}{\delta}}$

$P = \frac{\sigma_0 E_0^2}{2} \int_0^\infty e^{-\frac{2z}{\delta}} dz = \frac{\sigma_0 E_0^2}{2} \left[\frac{e^{-\frac{2z}{\delta}}}{-\frac{2}{\delta}} \right]_0^\infty$

$P = \frac{\sigma_0 E_0^2 \delta}{4}$ avec $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma_0 \omega}}$

Si $\omega \uparrow$ alors $\delta \downarrow$ et tend vers 0. Le champ est quasiment nul dans le conducteur. Le courant est quasiment nul dans le conducteur. Il reste un courant surfacique.

$$20) \vec{v} \cdot \vec{\text{grad}} = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\text{ici } v_x \neq 0 \quad v_y = v_z = 0 \text{ donc } \vec{v} \cdot \vec{\text{grad}} = v_x \frac{\partial}{\partial x}$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}}) \vec{v} = v_x \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \vec{e}_x$$

Or v ne dépend pas de x (énoncé)

$$\text{donc } (\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}}) \vec{v} = \vec{0} \quad (\text{OK})$$

21) Navier-Stokes donne alors :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\text{grad}} P + \eta \Delta \vec{v}$$

$$\text{Projeté sur } \vec{e}_x : \rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

Mais P ne dépend pas de x donc

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \text{soit } \left[\frac{\partial v}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (\text{OK})$$

22) Solution proposée $v = f(z) e^{i\omega t}$ (OK)

$$\text{on l'injecte : } i\omega f(z) = \nu f''(z)$$

$$\text{soit } f''(z) - \frac{i\omega}{\nu} f = 0$$

$$f(z) = A e^{\sqrt{\frac{i\omega}{2\nu}} \frac{(1+i)z}{\sqrt{2}}} + B e^{-\sqrt{\frac{i\omega}{2\nu}} \frac{(1+i)z}{\sqrt{2}}}$$

$$f(z) = A e^{\frac{1+i}{\delta} z} + B e^{-\frac{1+i}{\delta} z}$$

Avec un fluide occupant le 1/2 espace $z > 0$ jusqu'à l'infini, on peut éliminer le terme divergent, donc ici

$$A = 0 ; \text{ il reste alors } f(z) = B e^{-\frac{1+i}{\delta} z}$$

$$\text{Alors } v = B e^{-\frac{1+i}{\delta} z} e^{i\omega t} \vec{e}_x$$

Il y a continuité de v sur la paroi (car le fluide est visqueux)

$$\text{donc } v(z=0) = V_0 e^{i\omega t}$$

$$\text{d'où par identification } B = V_0$$

$$\text{ainsi } \vec{v} = V_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$$

$$\text{soit } \boxed{\vec{v} = V_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{e}_x}$$

On obtient une expression analogue à celle de $\vec{E}$ dans un conducteur.

Ce qui veut dire que le fluide va suivre les oscillations de la plaque sur une épaisseur δ uniquement pratiquement.

24) Analogie entre conducteur et fluide on obtient dans les 2 cas une équation de diffusion :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - i\omega \mu_0 \sigma E = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{similitude} \\ \text{des équations} \end{array} \right.$$

$$f''(z) - \frac{i\omega}{\nu} f = 0$$

Si $\delta \rightarrow 0$ le fluide n'oscille pas comme s'il ignorait la présence de la plaque. Rq $\delta = 0$ correspond à une viscosité nulle ce qui permet de comprendre le comportement du fluide.

Electromagnétisme	Méca fluides
Champ $\vec{E}$	Champ $\vec{v}$
profondeur de peau $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$ evolue en $\frac{1}{\sqrt{\omega}}$	idem $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$
Cas $\delta \rightarrow 0$ conducteur parfait $\sigma \rightarrow \infty$	fluide parfait $\nu \rightarrow 0$ ($\frac{1}{\nu} \rightarrow \infty$)

25) La viscosité se trouve dans $\frac{i\omega}{\nu} f$ de l'équation différentielle.

Ce terme est responsable de l'effet d'atténuation.

Comme l'équation est une équation de "diffusion", on peut nommer le terme de viscosité terme "diffusif".

$$26) \vec{\Omega} = \text{rot } \vec{v} = \text{rot} \left(V_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{e}_x \right)$$

$$\vec{\Omega} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial z} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\vec{\Omega} = V_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \left[-\frac{1}{\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) + \frac{1}{\delta} \sin(\omega t - \frac{z}{\delta}) \right] \vec{e}_y$$

$$\vec{\Omega} = V_0 \frac{e^{-\frac{z}{\delta}}}{\delta} \left[-\cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) + \sin(\omega t - \frac{z}{\delta}) \right] \vec{e}_y$$

$$\text{Pour } z > \delta \quad \vec{\Omega} \approx 0$$

27) La fig. 7 montre que les oscillations du cylindre ont un effet ressenté donc on se situe en dessous de la couche limite, soit $\delta \gg d$.

28) Avec $\delta = \sqrt{\frac{2\nu_e}{\omega}}$, on aura $\sqrt{\frac{2\nu_e}{\omega}} \gg d$

la limite peut correspondre à $\sqrt{\frac{2\nu_e}{\omega}} > 10d$

soit $\omega < \frac{2\nu_e}{100d^2}$

$\omega_{\text{lim}} = \frac{2\nu_e}{100d^2}$

29) $R_e = \frac{\rho L v}{\eta}$

En o.d.g $\frac{\|(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}\|}{\|\eta \Delta \vec{v}\|} \approx \frac{\rho v^2}{L} \cdot \frac{1}{\eta \frac{v}{L^2}}$

soit $\frac{\rho v L}{\eta}$; on retrouve R_e .

On peut donc proposer comme signification de R_e : c'est le rapport entre le terme convectif et le terme diffusif de l'équation de N.S.

30) $R_e \ll 1 \Leftrightarrow \frac{\rho v L}{\eta} \ll 1 \Leftrightarrow v \ll \frac{\eta}{\rho L}$

ou encore $v \ll \frac{\nu_e}{L}$ avec $\nu_e = \frac{\eta}{\rho}$

31) Dans le cas où $R_e \ll 1$ on peut négliger le terme convectif par rapport au terme diffusif de N.S.; alors

$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\text{grad } P + \eta \Delta \vec{v}$ (OK)

32) En imaginant les particules fluides osciller contre le cylindre car en contact avec lui, on aura leur déplacement en $a \cos \omega t$ donc leur vitesse en $-a \omega \sin \omega t$

En o.d.g $v \approx a \omega$

3) $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \sim \rho \frac{v}{\omega} \sim \rho v \omega \sim \rho a \omega^2$

$\eta \Delta \vec{v} \sim \eta \frac{v}{d^2}$ (la longueur caractéristique est celle du cylindre oscillant)

$\frac{\rho \Delta v}{\rho \frac{\partial v}{\partial t}} \sim \frac{\rho v}{d^2 \rho v \omega} \sim \frac{1}{d^2 \omega}$

mais on se place dans le cas où $\omega d^2 < \frac{2\nu_e}{100}$ (cf 28)

donc $\frac{\rho \Delta v}{\rho \frac{\partial v}{\partial t}} > \frac{2 \cdot 100}{2\nu_e} = 50$ ($2 = \nu_e$)

Ce qui entraîne qu'on peut négliger $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ devant $\eta \Delta \vec{v}$

Du coup il ne reste plus que

$\vec{0} = -\text{grad } P + \eta \Delta \vec{v}$
(terme négligé de $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$) d'où $\text{grad } P \approx \eta \Delta \vec{v}$ (OK)

34) Le cylindre oscillant de gauche à droite et vice-versa va entraîner un $\text{grad } P$ qui oscille dans le temps de façon symétrique; d'où $\langle \text{grad } P \rangle = 0$ ce qui n'explique pas les bruits observés.

(les commentaires qui suivent tendent à confirmer)

35) $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = ((\vec{v}_p + \vec{v}_s) \cdot \text{grad})(\vec{v}_p + \vec{v}_s)$
 $= \frac{v_p^2}{d} + \frac{2v_s v_p}{d} + \frac{v_s^2}{d}$
 $-\text{grad } P = -\frac{\rho}{d}$

$\eta \Delta \vec{v} = \eta \left(\frac{v_p}{d^2} + \frac{v_s}{d^2} \right)$

36) Sachant que $-\text{grad } P + \eta \Delta \vec{v}_p = \vec{0}$ il reste
 $\rho \left(\frac{v_p^2}{d} + \frac{2v_s v_p}{d} + \frac{v_s^2}{d} \right) = \eta \frac{v_s}{d^2}$

on remarque que $\frac{\rho^2 v_s v_p}{d}$ est négligeable / $\eta \frac{v_s}{d^2}$

$\frac{2v_s v_p \rho}{d} \approx \frac{2\rho d v_p}{\eta} \ll 1$ d'après 30)

$\eta \frac{v_s}{d^2}$
on a donc bien $\rho \frac{v_p^2}{d} \approx \eta \frac{v_s}{d^2}$

36) soit $\left[\frac{v_s}{v_p} \approx \frac{\rho d}{\eta} \frac{v_s^2}{\rho} \right] \text{ (OK)}$

37) $\frac{v_s}{v_p} = \frac{\rho d}{\eta} \frac{v_s^2}{\rho} \ll 1$ donc v_s est une petite perturbation
 38) $\left\langle \frac{v_s}{v_p} \right\rangle \neq 0$ donc $\langle v_s \rangle \neq 0 \Rightarrow$ stationnaire
 39) $\left[S_t = \frac{L}{v_s} = \frac{1}{f} \right]$

où $T = \frac{1}{f}$ est la période du phénomène
 $\tau = \frac{L}{v_s}$ est le temps de convection
 (durée du déplacement du phénomène sur la distance L)

40) $Re = \frac{\rho d v_{\infty}}{\eta} \approx \frac{10^3 \times 2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2}}{10^{-3}}$

$Re \approx 40$ (plausible avec l'apparition du sillage)
 on est dans le domaine des Re faibles

où $S_t = 0,2665 - \frac{1,018}{\sqrt{Re}}$

soit ici $S_t = 0,2665 - \frac{1,018}{\sqrt{40}} \approx 0,1$ plausible

or f = pas donnée ; à trouver

mais la fig 9 montre que 2 tourbillons successifs (de m sens de rotation) sont distants de $X \approx 1 \text{ cm}$

Ils ont été émis à la fréquence f
 donc dans une durée $T = \frac{1}{f}$
 Ils vont à la vitesse $v_t = \frac{1}{2} v_{\infty}$

donc $X = v_t T$

d'où $X = \frac{1}{2} v_{\infty} \cdot \frac{1}{f}$

soit $f = \frac{v_{\infty}}{2X} = \frac{2}{2 \times 1} = 1 \text{ Hz}$

on peut alors calculer $S_t = \frac{f d}{v_s}$

$S_t = \frac{1 \times 2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 0,1$

Ce qui rejoint la valeur calculée par la formule de fig 10

Conclusion : le modèle fig 10 rend compte de l'observation expérimentale

41) L'île $\Leftrightarrow$ cylindre (6)
 donc de dimension d

la vitesse du vent est $v_{\infty} = 5 \text{ m.s}^{-1}$

$X = 10 \text{ km}$

Il s'agit d'air

donc $Re = \frac{\rho d v_{\infty}}{\eta} = \frac{1,2 \times d \times 5}{1,8 \times 10^{-5}} = 3,6 \cdot 10^6 d$

L'île fait au moins une centaine de mètres
 donc $Re \gg 1$ $Re > 10^7$

On est dans le domaine où

$S_t = 0,2234 - \frac{0,3490}{\sqrt{Re}}$

$S_t = \frac{f d}{v_s}$

Ici $f = \frac{v_s}{2X} = \frac{5}{2 \times 10 \times 10^3} = 2,5 \cdot 10^{-4}$

d'où $S_t = \frac{2,5 \cdot 10^{-4} \cdot d}{5} = 0,5 \cdot 10^{-4} d$

on doit résoudre :

$5 \cdot 10^{-3} d = 0,2234 - \frac{0,3490}{\sqrt{3,6 \cdot 10^6 d}}$

soit $f(d) = 5 \cdot 10^{-3} d - 0,2234 + \frac{0,3490 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3,6} \sqrt{d}}$

$d \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-3} d$	$0,2234$	$\frac{0,3490 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3,6} \sqrt{d}}$
100	0,5	0,2234	$1,8 \cdot 10^{-5}$
1000	5	0,2234	$\ll 1$
10	0,05	0,2234	$0,6 \cdot 10^{-4}$

Le 3^e terme est négligeable

on a donc $5 \cdot 10^{-3} d \approx 0,2234$

soit $d = \frac{0,2234 \cdot 10^3}{5} = 45 \text{ m}$

(ce qui correspond bien à $Re \gg 1$)

Sans réserve d'autre
 prévision de résolution