CCP

MECANIQUE

Conséquence de l'effet de marée sur la distance Terre-Lune

Ce problème est formé de trois parties. La première partie étudie l'effet de marée exercé par la Lune sur la Terre. La seconde partie étudie l'orbite de la Lune autour de la Terre dans le cadre du système à deux corps. La dernière partie met en évidence, à partir de la conservation du moment cinétique total du système Terre Lune, le ralentissement de la rotation de la Terre sur elle-même provoqué par l'effet de marée et l'augmentation de la distance Terre Lune qui en résulte.

Notations et données numériques :

Constante gravitationnelle $\mathcal{G} = 6{,}67.10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2kg^{-2}}$

Masse du Soleil : $m_S = 1{,}99.10^{30}$ kg

Distance Terre Soleil : $D_S = 1{,}50.10^{11}$ m

Masse de la Lune : $m_L = 7{,}34.10^{22}$ kg

Distance moyenne Terre Lune : $D_L = 3{,}84.10^{8}$ m

Rayon de la Lune : $R_L = 1{,}75.10^{6}$ m

Masse de la Terre : $m_T = 5{,}98.10^{24}$ kg

Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37.10^{6}$ m

Définition des différents référentiels et repères associés utilisés dans le problème :

On rappelle que le référentiel de Copernic, noté $\mathcal{R}_c$ dont l'origine est le centre de masse O du système solaire et les trois axes x, y, z pointent vers trois étoiles lointaines de la sphère céleste, réalise une excellente approximation d'un référentiel galiléen. Le repère associé est $\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$.

On note T, le centre de masse de la Terre et $\mathcal{R}_{géo}$ le référentiel barycentrique de la Terre (ou référentiel géocentrique) de repère associé $\left(T,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$ avec $\overrightarrow{e_z}$: vecteur unitaire de l'axe des pôles.

On note L, le centre de masse de la Lune et $\mathcal{R}_L$ le référentiel barycentrique de la Lune (ou référentiel sélénocentrique) de repère associé $\left(L,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$.

Le Soleil, la Lune et la Terre sont supposés être sphériques à répartition de masse à symétrie sphérique.

I – Etude de l'effet de marée

1. Quel est le mouvement du référentiel géocentrique $\mathcal{R}_{géo}$ dans le référentiel de Copernic (on néglige l'action de la Lune). $\mathcal{R}_{géo}$ est-il galiléen ?

2. On considère une particule de masse m assimilée à un point matériel se trouvant au point P, au voisinage de la Terre à l'instant t. On appelle $\vec{F}$, la résultante des forces autres que les forces de gravitation et d'inertie s'exerçant sur la particule.

On note $\overrightarrow{G_S}(P)$, $\overrightarrow{G_L}(P)$, $\overrightarrow{G_T}(P)$, les champs gravitationnels créés respectivement en P par le Soleil, la Lune, et la Terre.

Les seuls astres contribuant au champ gravitationnel en P étant la Lune, la Terre et le Soleil, montrer que l'on peut écrire le principe fondamental de la dynamique pour la particule dans le référentiel $\mathcal{R}_{gc}$ sous la forme :

$m\vec{a}(P)_{/\mathcal{R}_T} = \vec{F} + m\overrightarrow{G_T}(P) + m\overrightarrow{G_L}(P) + m\overrightarrow{G_S}(P) - m\vec{a}(T)_{/\mathcal{R}}$ où $\vec{a}(P)_{/\mathcal{R}_{gc}}$ et $\vec{a}(T)_{/\mathcal{R}}$ désignent les accélérations des points P et T, respectivement dans $\mathcal{R}_{gc}$ et $\mathcal{R}$.

3. On suppose $\vec{F} = \vec{0}$. M étant un point de la Terre, on montre qu'en faisant un développement de $\overrightarrow{G_S}(M)$ et de $\overrightarrow{G_L}(M)$ au voisinage de T, on peut écrire : $\overrightarrow{G_S}(M) \simeq \overrightarrow{G_S}(T) + \left[\left(\overrightarrow{TM}.\overrightarrow{grad}\right)\overrightarrow{G_S}\right]_T$ et $\overrightarrow{G_L}(M) \simeq \overrightarrow{G_L}(T) + \left[\left(\overrightarrow{TM}.\overrightarrow{grad}\right)\overrightarrow{G_L}\right]_T$ où $\left(\overrightarrow{TM}.\overrightarrow{grad}\right)$ est un opérateur appliqué à $\overrightarrow{G_S}$ ou $\overrightarrow{G_L}$, dont le résultat est calculé en T.

a) En considérant la Terre comme un système de points discrets A_i, de masse m_i, tels que $\sum_i m_i = m_T$, exprimer $\vec{a}(T)_{/\mathcal{R}}$ en appliquant le théorème du centre d'inertie à la Terre.

b) Montrer alors que l'on peut écrire : $m\vec{a}(P)_{/\mathcal{R}_T} = m\overrightarrow{G_T}(P) + m\overrightarrow{C_L}(P) + m\overrightarrow{C_S}(P)$ où $\overrightarrow{C_L}(P) = \overrightarrow{G_L}(P) - \overrightarrow{G_L}(T)$ représente le champ de marée dû à la Lune en P et $\overrightarrow{C_S}(P) = \overrightarrow{G_S}(P) - \overrightarrow{G_S}(T)$ représente le champ de marée dû au Soleil en P.

4. On suppose l'astre considéré (Soleil ou Lune), de centre A ($A = S$ ou $A = L$) de masse m_A situé à la distance D_A de T telle que $\overrightarrow{TA} = D_A\,\vec{e_x}$, dans le plan équatorial.

On considère les points P_1 et P_2 de la surface terrestre de coordonnées $(R_T,0,0)$ et $(-R_T,0,0)$ dans le repère associé au référentiel $\mathcal{R}_T$. En considérant que $\frac{R_T}{D_A} \ll 1$ évaluer le champ de marée $\overrightarrow{C_A}(P_1)$ et $\overrightarrow{C_A}(P_2)$. Quelle est la direction de ces deux vecteurs ? Faire un schéma.

Evaluer numériquement le terme $\frac{2\mathcal{G}\,m_A R_T}{D_A^3}$ dans le cas où l'astre A est le Soleil, puis la Lune.

Quel est l'astre qui a l'effet le plus important ?

Tournez la page S.V.P.