

1) Lecture fig 3.  $f_1 = 1500 \text{ Hz}$ 

le pic 2 est à  $-50 \text{ dB}$  du pic 1

$$\text{donc } -50 = 20 \log \frac{a_2}{a_1}$$

$$\text{soit } a_2 = a_1, 10^{-5/2} = a_1, 10^{-(3+0,5)}$$

$$a_2 = a_1, 10^{-3} \cdot 10^{0,5} = a_1 \approx 3,16 \cdot 10^{-3}$$

$$a_2 = 100 \cdot 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ mV}$$

$$a_2 = 0,316 \text{ mV}$$

2)  $f_2$  est la fréquence maximale du spectre de la fig 3.

D'après la condition de Shannon et faut que  $f_e \geq 2f_2$

Lecture fig 3 :  $f_2 = 3000 \text{ Hz}$

Donc  $f_e = 6000 \text{ Hz}$

Période d'échantillonnage  $T_e = 1/f_e = \frac{1}{6000} \text{ s}$

Enoncé : "la résolution spatiale, notée  $\delta f$ , est l'inverse de la durée d'acquisition du signal".

ce qui traduit par  $\delta f = \frac{1}{T_a}$

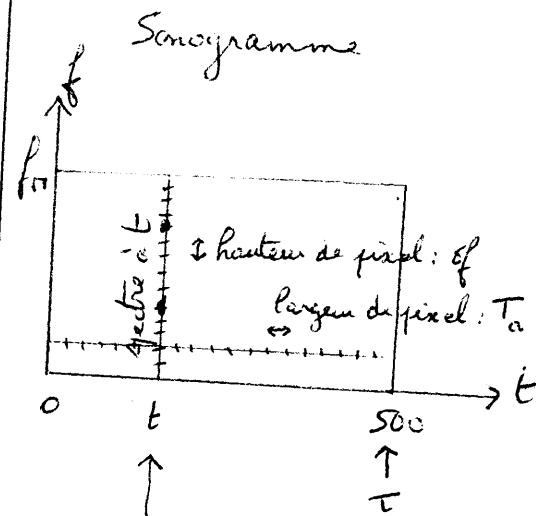
$$\text{d'où } T_a = \frac{1}{\delta f} = \frac{1}{100} = 10 \text{ ms}$$

La résolution spectrale est  $\delta f$  signifie que le spectre va être calculé et donc tracé par pas de  $\delta f$ .

3) Ainsi la résolution spectrale ne dépend nullement de la durée d'enregistrement puisque le spectre est calculé pendant une durée d'acquisition  $T_a$  totalement indépendante de  $\tau$ .  
(On fait la durée d'acquisition fixe, on peut enregistrer sur une durée plus ou moins longue selon convenance)

On vient de voir que  $\delta f = \frac{1}{T_a}$

on a  $\delta f$  ne dépend pas de  $\tau$   
dépend de  $\frac{1}{T_a}$



Le spectre à  $t$  donné est représenté sur cette ligne (parallèle à l'axe des ordonnées  $f$ ) Il a été calculé tous les  $\delta f$  donc la hauteur du pixel (parallèle à l'axe ordonné) est  $\delta f$ .

Il faut une durée  $T_a$  pour construire un spectre - les spectres sont représentés tous les  $T_a$  donc la largeur de pixel (parallèle à l'axe des abscisses  $t$ ) est  $T_a$ .

On en déduit le :

- nombre de pixels parallèles à l'axe ordonné :  $f_e$
- nombre de pixels parallèles à l'axe abscisse :  $\frac{\delta f}{T_a}$

Donc le nombre de pixels sur la surface totale du sonogramme :  $\frac{f_e}{\delta f} \cdot \frac{\tau}{T_a}$

$$\text{AN } \frac{3500}{100} \cdot \frac{500}{10} = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ pixels}$$

$$4) \text{ Enoncé : } f'_1(t) = f_1 \left(1 - \frac{t}{\tau_d}\right) \quad \tau_d > 0$$

Pendant l'enregistrement  $f_1$  décroît donc.  $f_1$  doit rester positif soit  $f'_1 \text{ min} = 0$  ou  $f'_1(t) \geq 0 \quad \forall t$

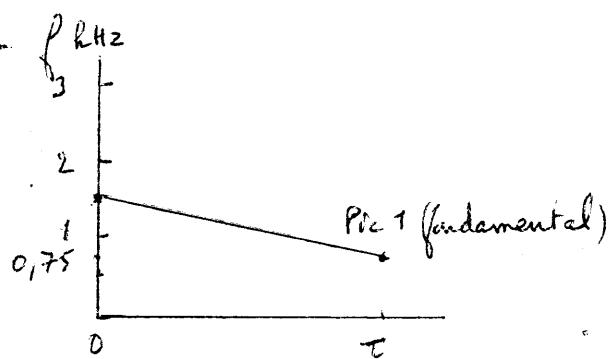
$$\text{donc } 1 - \frac{t}{\tau_d} \geq 0 \quad \forall t \text{ soit } t \leq \tau_d$$

La durée d'enregistrement  $\tau$  ne doit pas excéder  $\tau_d$  :  $\tau \leq \tau_d$

Dans l'intervalle  $[0 ; 0,5\tau_d]$  on a  $\tau = 0,5\tau_d$   
(on a bien  $\tau \leq \tau_d$ )

$$\text{on a } f'_1 \text{ min} = f'_1(\tau) = f_1 \left(1 - \frac{\tau}{\tau_d}\right) = f_1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

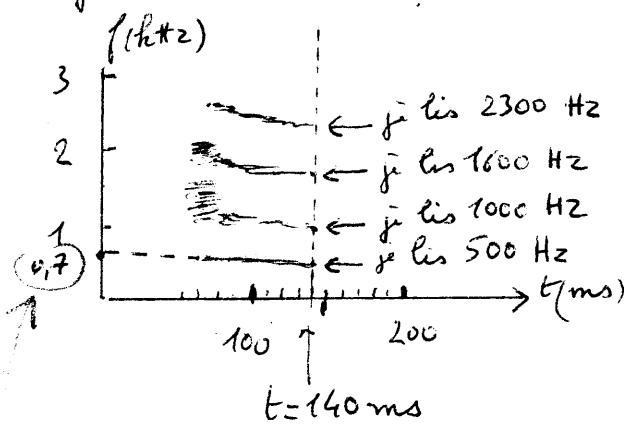
$$f'_1 \text{ min} = \frac{1}{2} f_1 = \frac{1500}{2} = 750 \text{ Hz}$$



rg 4) et 5) sont traitables indépendamment de 1, 2 et 3.

Je ne lis rien sur l'évolution de la fréquence du pic 2. Je ne trace donc que le pic 1.

5) Fig 5 reproduite grossièrement :



À  $t = 140 \text{ ms}$  on lit

$$\begin{aligned}f_{q,1} &= 500 \text{ Hz} \\f_{q,2} &= 1000 \text{ Hz} \\f_{q,3} &= 1600 \text{ Hz} \\f_{q,4} &= 2300 \text{ Hz}\end{aligned}$$

Pour le pic 1, à  $t = 0$ , par extrapolation (y pointillés) je lis  $f_1 = 700 \text{ Hz}$

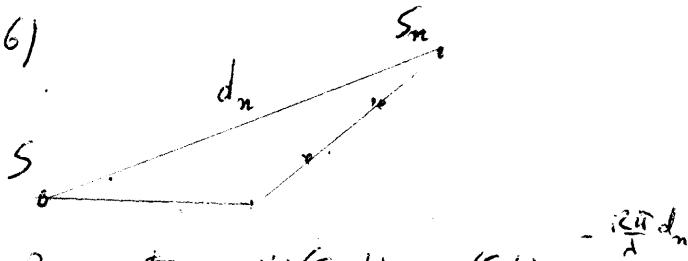
$$\rightarrow \text{La pente } = -\frac{f_i}{T_q} = \frac{500 - 600}{140 - 70} = -\frac{100}{70} = -\frac{10}{7}$$

$$\text{d'où } T_q = \frac{7}{10} \times 700 \text{ en ms}$$

$T_q = 490 \text{ ms}$  ou approximativement  
 $\underline{T_q \approx 500 \text{ ms}}$  car les valeurs lues  
 sont peu fiables dans leur lecture.

(Pour le calcul de la pente, j'ai choisi les points  $70 \text{ ms} \rightarrow 600 \text{ Hz}$  et  $140 \text{ ms} \rightarrow 500 \text{ Hz}$  lire  
 Le courbe décrite est  $f_i = f_i(1 - \frac{t}{T_q})$ )

6)



$$\text{Propagation: } \psi(S_n, t) = \psi(S, t) e^{-\frac{i 2\pi dn}{\lambda}}$$

$$\boxed{\psi(S_n, t) = s e^{-\frac{i 2\pi dn}{\lambda}}}$$

$$\text{Enoncé: } \psi'(S_n, t) = k \psi(S_n, t)$$

$$\text{Propagation: } \psi'(S_n, t) = \psi'(S, t) e^{-\frac{i 2\pi dn}{\lambda}}$$

$$\boxed{\psi'(S, t) = k e^{-\frac{i 2\pi dn}{\lambda}} s}$$

$$7) \quad \Phi'_n(t) = 2 \cdot \frac{i 2\pi}{\lambda} d_n; \text{ avec } k = \frac{i 2\pi}{\lambda} \text{ et}$$

$$c_s = \frac{\omega}{k} \text{ on a } \frac{i 2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_s}$$

$$\boxed{\Phi'_n(t) = 2 \frac{\omega}{c_s} d_n}$$

8) Superposition constructive  $\Leftrightarrow$

$$\Delta \Phi'_n = 2m\pi \quad \text{où } m \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \frac{2\omega_n}{c_s} (d_n - d_{n+1}) = 2m\pi$$

$$\text{On } \omega = 2\pi/2$$

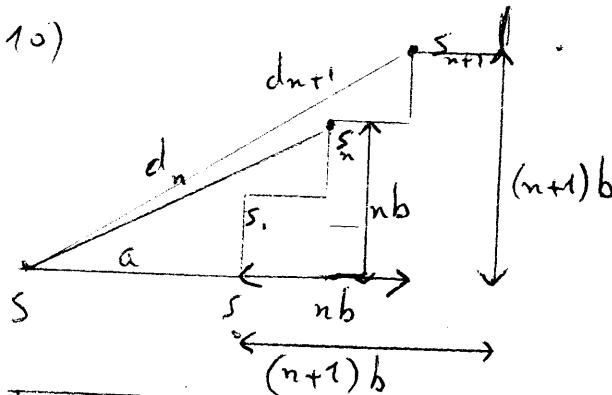
$$\text{d'où } v_n = \frac{m c_s}{2(d_n - d_{n+1})} \quad m \in \mathbb{Z}$$

necessairement  
 $m < 0$  car  
 $d_n < d_{n+1}$ .

si on prend  $m \in \mathbb{N}$  alors

$$\boxed{v_n = \frac{m c_s}{2(d_{n+1} - d_n)} \quad m \in \mathbb{N}}$$

10)



$$\boxed{d_n = \sqrt{n^2 b^2 + (a + nb)^2}}$$

$$d_{n+1}^2 = n^2 b^2 + (a + nb)^2 \quad (3)$$

$$d_{n+1}^2 = (n+1)^2 b^2 + (a + (n+1)b)^2$$

$$d_{n+1}^2 - d_n^2 = (2n+1)b^2 + b(2a + 2nb + b)$$

$$\text{(en utilisant } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$$

J'ai été tenté de faire un d.t., mais sans poser la question jusqu'à quel ordre en t. Ayant tenté ordre 1 en  $\frac{b}{a}$  je n'ai pas abouti à  $g(n)$  car n disparaît ; j'ai alors cherché une autre méthode.

$$v_m = \frac{m \cdot c_s}{2(d_{n+1} - d_n)}$$

Enoncé

$$\text{On } d_{n+1}^2 - d_n^2 = (d_{n+1} - d_n)(d_{n+1} + d_n) \approx 2d_n(d_n - d_{n+1})$$

$$\text{d'où } \frac{1}{d_{n+1} - d_n} = \frac{2d_n}{d_{n+1}^2 - d_n^2} = \frac{2d_n}{(2n+1)b^2 + b(2a + 2nb + b)}$$

$$m=1 : v_1 = \frac{c_s d_n}{(2n+1)b^2 + b(2a + 2nb + b)}$$

$$\text{soit } v_1 = \frac{c_s d_n}{2ab \left( 1 + \frac{nb}{a} + \frac{b}{2a} + \frac{b}{a} \left( n + \frac{1}{2} \right) \right)}$$

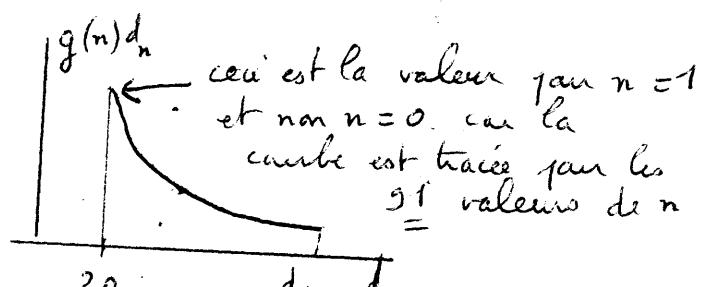
$$\boxed{v_1 = \frac{c_s d_n}{2ab \left( 1 + \frac{b}{a} + \frac{2nb}{a} \right)}}$$

$$\text{Enoncé } v_1 = \frac{c_s d_n}{2ab} g(n)$$

$$\text{donc } \boxed{g(n) = \frac{1}{1 + \frac{b}{a} + \frac{2nb}{a}}}$$

(1) Enoncé à côté fig. 6 |  $a = 20 \text{ m}$   
 $b = 26,3 \text{ cm}$

$$d_0 = a = 20 \text{ m} \quad (\text{absurde})$$



$\triangleq g(n) d_n \neq \text{cte}$ , la courbe le montre!

Comme  $g(n) d_n \approx v_1 \frac{2ab}{c}$  cela  
veut dire que  $v_1$  évolue, ce qui  
la lecture de la question 12 corrobore.

Enoncé : on a représenté  $g(n) d_n$  pour  
les 91 valeurs de  $n$  ce qui veut dire  
que  $d_{g_1}$  est la dernière valeur du  
graphique.

Lecture  $d_{g_1} \approx 50 \text{ m}$

$$t_1 = \frac{2d_1}{c} \approx \frac{2d_0}{c} \quad (\text{j'approxime } d_1 \approx d_0)$$

$$t_N \approx \frac{2d_N}{c} = \frac{2 \times 50}{c} \leftarrow \text{lire sur fig 7}$$

$$\text{AN. } t_1 = \frac{2 \times 20}{340} = \frac{4}{34} = \frac{2}{17} = 0,12 \text{ s}$$

$$t_N = \frac{100}{340} = 0,29 \text{ s}$$

$$\text{L'écho donne } t_N - t_1 = 0,29 - 0,12 = 0,17 \text{ s}$$

$$12) v_1(t_1) = \frac{c_1}{2ab} g(1) d_1 = \frac{340}{2 \times 20 \times 0,263} \approx 19,5 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_1(t_1) = \frac{17 \times 19,5}{2 \times 0,263} = 650 \text{ Hz}$$

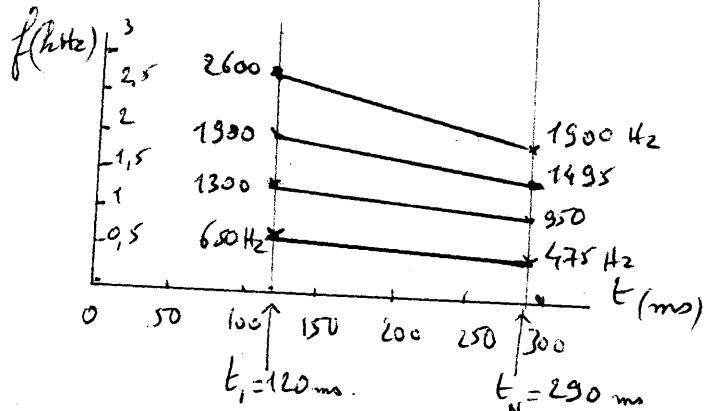
$$v_1(t_N) = \frac{340}{2 \times 20 \times 0,263} \approx 14,7 \text{ ms}^{-1} = \frac{17 \times 14,7}{2 \times 0,263} \text{ ms}^{-1}$$

$$v_1(t_N) = 475 \text{ Hz}$$

### 13) Feuille réponse

$$t_1 = 120 \text{ ms} \quad v_1(t_1) = 650 \text{ Hz}$$

$$t_N = 290 \text{ ms} \quad v_1(t_N) = 475 \text{ Hz}$$



$$\begin{aligned} f_1 v_m &= m v_1 \\ v_2 &= 2 v_1 \Rightarrow v_2(t_1) = 2 \times 650 = 1300 \text{ Hz} \\ v_2(t_N) &= 2 \times 475 = 950 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3 &= 3 v_1 \Rightarrow 3 \times 650 = 1950 \text{ Hz} \text{ à } t_1 \\ &\quad 3 \times 475 = 1425 \text{ Hz} \text{ à } t_N \\ f_4 &= 4 v_1 \Rightarrow 4 \times 650 = 2600 \text{ Hz} \text{ à } t_1 \\ &\quad 4 \times 475 = 1900 \text{ Hz} \text{ à } t_N \end{aligned}$$

14) Fig 5 (question 5)  
on lit au début du chant de l'oiseau

$$f_1 = 600 \text{ Hz}$$

$f_2$  = gros pâle entre 1100 et 1700 Hz

$f_3$  = pâle entre 1800 et 2100 Hz

$$f_4 = 2500 \text{ Hz}$$

A la fin du chant on lit

$$f_1 = 500 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1000 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 1600 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 2300 \text{ Hz}$$

Les 2 sonogrammes se ressemblent,  
il y a le même ordre de grandeur.  
L'écart fréquentiel est notable au  
fin du chant par les harmoniques  
 $f_3$  et  $f_4$  qui sont plus élevées dans  
la réalité.

Pour un oiseau adulte, il faudrait  
savoir quelle différence il y a entre  
le chant d'un jeune et d'un adulte.  
En parlant que l'adulte a un  
chant plus grave, cela pourrait  
rejoindre le sonogramme précédent  
par la diffraction.

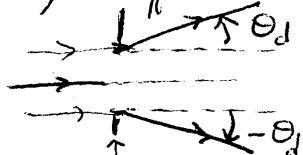
15) Enoncé : entre ② et ③ de fig 8b c'est lorsque la lune est entièrement plongée dans l'ombre de la Terre, elle est nettement visible dans le ciel ! La photo fig 9 correspond à une éclipse totale.

On a donc comme possibilités ① ② ③ ④. En positions ① et ④ la lune est dans la pénombre totalement. Donc on la voit totalement.

Or la photo fig 9 montre la lune seulement visible sur la gauche mais non sur la droite.

Cette position est donc ③ puisque la partie gauche est plus près de la zone de pénombre où la lumière subit son apparition selon l'optique géométrique.

16) Rappel du cours sur la diffraction



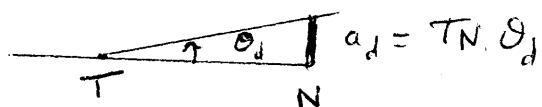
$$\theta_d \approx \frac{\lambda}{2R}$$

(j'omets le facteur 1,22 des deux rayons circulaires)

Objet diffusant de largeur totale

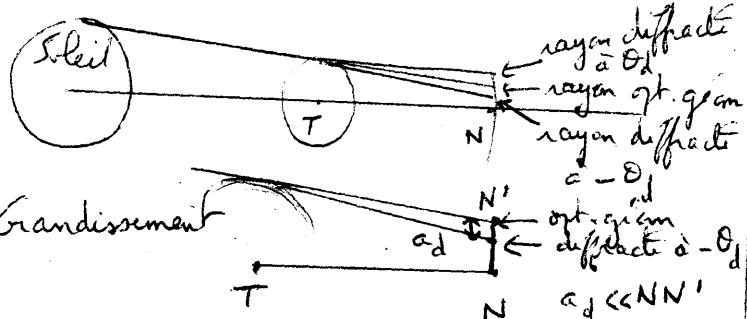
$2R_T$  (le diamètre de la Terre)

$$\text{AN : } \theta_d = \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \times 6,37 \times 10^6} \approx 10^{-13} \text{ rad}$$



$$ad \approx 10^{-13} \cdot 3,84 \times 10^8 \approx 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

bien trop petit pour un effet visible



A la lecture de ce qui suit, les sources d'éclairage du disque semblent être la présence d'atmosphère qui va diffuser la lumière.

Note : la diffusion lumineuse n'est pas au programme. Mais il est bon de connaître ce que ça signifie. C'est la déviation dans toutes les directions, de la lumière, par des particules.

17) Enoncé :  $\text{air} = GP \rightarrow PV = nRT$   
ou  $P = \frac{P_a RT}{T}$  soit  $P_a = \frac{T}{RT} P$

Enoncé :  $T = \text{cste}$

Hydrostat :  $dP = -P_a g dz$  (z ascendant)

$$\text{donc } dP = -\frac{T}{RT} g dz$$

$$\text{d'où } \frac{dP}{P} = -\frac{Tg}{RT} dz$$

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{Tg}{RT} \int_0^z dz$$

$$\text{Intégrer à } T \text{ cste } \Rightarrow P = P_0 e^{-\frac{Tg}{RT} z}$$

$P$  étant proportionnel à  $P$  ( $\propto T$  cte)  
cela donne aussi  $P = P_0(0) e^{-\frac{Tg}{RT} z}$

$$\text{Avec } H_c = \frac{RT}{Tg} \quad P_a = P_0(0) e^{-\frac{z}{H_c}}$$

$$\text{AN : } H_c = \frac{8,31 \cdot (273 + 20)}{29 \times 10^{-3} \times 9,8} \approx \frac{8,3 \cdot 300}{30 \times 10^{-3} \times 10} = \frac{8300}{0,3} = 27700 \text{ m}$$

$$18) P_a(0) = \frac{P_0(0) P_a}{RT} = \frac{10 \cdot 29 \times 10^{-3}}{8,31 / (273 + 20)} = \frac{30 \times 10^{-3}}{8,31 \times 300 / 29} = \frac{10}{8,3} = 1,2$$

$$P_a(0) = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$P_a(h) = 1,2 e^{-\frac{h}{27700}} = 1,2 \cdot 10^{-1} = \frac{1,2}{10} = 0,12 = 0,4$$

$$P_a(h) = 0,4 \text{ kg/m}^3$$

Enoncé : on passe de  $20^\circ \text{C} \rightarrow -23^\circ \text{C}$  ce qui fait une variation de presque  $50^\circ \text{C}$  ( $43^\circ \text{C}$ ) ou  $50 \text{ K}$  sur une  $T$  initiale de  $20 + 273 = 293 \text{ K}$

Sait une variation relative de  $\frac{-23}{293} = \frac{1}{13} = 7,6\%$

sait  $16\%$  ce qui est en-dessous des  $20\%$  autorisés de l'enoncé.

La question est surtout : retrouve-t-on 321 hPa par le modèle isotrope ?

$$f_0 e^{-\frac{h}{T}} = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{3} \text{ bar} = 333 \text{ hPa}$$

au lieu de 321 hPa dans la réalité

Cela fait  $\frac{333 - 321}{321} \approx \frac{10}{300} = \frac{1}{30} = 3\%$

d'erreur entre le modèle isotrope et la réalité. C'est très peu.

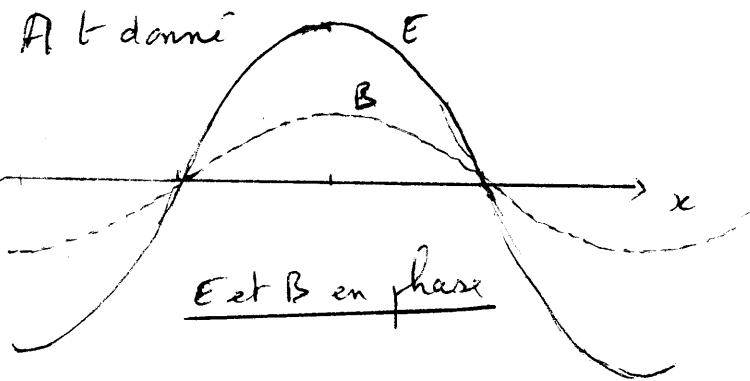
Le modèle isotrope est donc un très bon modèle. Il est réaliste.

19)  $\vec{E} = E_m \cos(\omega t - kx) \hat{e}_y$

Onde plane dans le vide :  $\vec{B} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{E}}{c}$

$$\rightarrow \vec{B} = \frac{E_m \cos(\omega t - kx)}{c} \hat{e}_z \rightarrow B = \frac{E_m}{c}$$

À t donné



20)  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{k_0 c} = \frac{E_m^2}{k_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \hat{e}_x$

donc  $\vec{R} = \frac{E_m^2}{k_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \hat{e}_x$

$I_0$  représente  $\langle R \rangle$  (en  $\text{W/m}^2$  soit puissance moyenée)

On  $\langle \vec{R} \rangle = \frac{E_m^2}{2k_0 c}$  donc  $I_0 = \frac{E_m^2}{4k_0 c}$

$$E_m = \sqrt{2k_0 c I_0}$$

AN  $E_m = \sqrt{2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^8 \times 10^3} = 10 \sqrt{60}$

$$E_m = 760 \text{ V/m}$$

21) Enoncé "chaque particule absorbe  $T_p = h_p T$ "

$\gamma_a = \text{nb moléculles/volume} \Rightarrow \rho_a = \gamma_a m$   
 $\rho_a$ : masse volumique

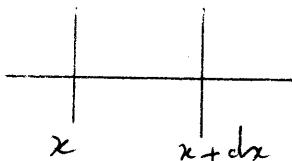
masse d'une molécule

On  $m_{\text{molécule}} = \frac{M}{N_A} \leftarrow \text{masse molaire}$   
 $N_A \leftarrow \text{nb Avogadro}$

donc

$$\gamma_a = \rho_a \frac{M}{M}$$

22)



Enoncé : "le gaz a pour effet de diffuser réduisant ainsi la pression transmise par l'onde".

Sur une section S donnée :

$$S [I(x+dx) - I(x)] = - P_a \gamma_a S dx - P_p \gamma_p S dx$$

S s'élimine :

$$\left| \frac{dI}{I} = - \left[ h_a \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \gamma_a^{(2)} + h_p \gamma_p^{(2)} \right] dx \right|$$

23) Intégrer ;  $\Delta \gamma_a$  et  $\gamma_p$  dépendent de x

$$\frac{dI}{I} = - h_a \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \gamma_a^{(2)} dx - h_p \gamma_p^{(2)} dx$$

$$\int \frac{dI}{I} = - h_a \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \int_{x=0}^{x=x} \gamma_a^{(2)} dx - h_p \int_{x=0}^{x=x} \gamma_p^{(2)} dx$$

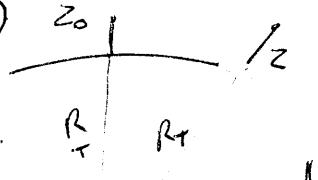
plus rigoureusement  
on met une variable  $x'$  ou  $\xi$  comme suggéré

$$\ln \frac{I}{I_0} = - h_a \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \int_0^x \gamma_a^{(2)} d\xi - h_p \int_0^x \gamma_p^{(2)} d\xi$$

$$I_{x_0} = I_0 e^{-\int_0^{x_0} d(x)}$$

avec  $d(x) = h_a \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \int_0^x \gamma_a^{(2)} d\xi + h_p \int_0^x \gamma_p^{(2)} d\xi$

24) L'atmosphère terrestre réfracte du fait de l'indice de l'air qui varie.

25) 

$$n^2 = (R_T + Z_0)^2$$

$$\frac{n^2}{Z_0^2} - 1 = \frac{n^2 - Z_0^2}{Z_0^2}$$

$$\frac{n^2}{Z_0^2} - 1 = \frac{(R_T + Z_0)^2 - (R_T + Z_0)^2}{Z_0^2} = \frac{(2R_T + Z + Z_0)(Z - Z_0)}{Z_0^2}$$

$$= \frac{(2R_T + Z + Z_0)u}{(R_T + Z_0)^2} \approx \frac{2R_T}{R_T^2} u = \frac{2u}{R_T}$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{n^2}{Z_0^2} - 1} \approx \sqrt{\frac{2u}{R_T}}}$$

Enoncé :  $n = 1 + \sum_{\lambda} \frac{f_a(\lambda)}{f_a(0)}$

(rg:  $\sum_{\lambda}$  est une constante si  $\lambda$  l'est)

dériver → 
$$\boxed{dn = \sum_{\lambda} \frac{df_a}{f_a(0)}}$$

On  $f_a(z) = f_a(0) e^{-\frac{z}{H_c}}$

Dérivations :  $df_a = f_a(0) \left(-\frac{1}{H_c}\right) e^{-\frac{z}{H_c}} dz$

Or comme  $u = z - z_0$  on a  $du = dz$

donc  $df_a = f_a(0) \left(-\frac{1}{H_c}\right) e^{-\frac{z}{H_c}} du$

ou que je peux aussi écrire

$$df_a = \underbrace{f_a(0) e^{-\frac{z-z_0}{H_c}}}_{e^{-\frac{z_0}{H_c}}} \underbrace{\left(-\frac{1}{H_c}\right) du}$$

pour faire apparaître  $f_a(z_0)$

ainsi 
$$\boxed{df_a = -f_a(z_0) e^{-\frac{z}{H_c}} \frac{du}{H_c}}$$

26) Enoncé :  $\Theta_d(z_0, \lambda) = 2 \int_1^{n_0} \left\{ \frac{n^2}{Z_0^2} - 1 \right\}^{-\frac{1}{2}} dn$

On  $\left(\frac{n^2}{Z_0^2} - 1\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2u}{R_T}}$  (cf 25)

donc  $\Theta_d = 2 \int_1^{n_0} \sqrt{\frac{R_T}{2u}} dn$

cf 25 → 
$$\boxed{\begin{aligned} dn &= \sum_{\lambda} \frac{df_a}{f_a(0)} \\ df_a &= -f_a(z_0) e^{-\frac{z}{H_c}} \frac{du}{H_c} \end{aligned}}$$

dans  $\Theta_d = 2 \int_{n=1}^{n_0} \sqrt{\frac{R_T}{2u}} \frac{\sum_{\lambda}}{f_a(0)} \left( -f_a(z_0) e^{-\frac{z}{H_c}} \frac{du}{H_c} \right) \quad (7)$

Posons  $v = \frac{u}{H_c}$  alors  $du = \frac{dv}{H_c}$  et

$$\Theta_d = 2 \int_{n=1}^{n_0} -\sqrt{\frac{R_T}{2}} \frac{\sum_{\lambda}}{f_a(0)} f_a(z_0) \frac{e^{-\frac{v}{H_c}} dv}{\sqrt{v H_c}}$$

Limites : quand  $n = 1$ , étant donné que  $n = 1 + \sum_{\lambda} \frac{f_a(\lambda)}{f_a(0)}$ , c'est que  $f_a(z) = 0$

Or  $f_a(z) = f_a(0) e^{-\frac{z}{H_c}}$ , donc si  $f_a(z) = 0$   
c'est que  $e^{-\frac{z}{H_c}} = 0$ , soit  $z \rightarrow +\infty$

Comme  $u = z - z_0$  alors  $u \rightarrow +\infty$

Comme  $v = \frac{u}{H_c}$  alors  $v \rightarrow +\infty$

Pour l'autre limite :  $n = n_0 \stackrel{u \rightarrow 0}{\approx} n(z_0)$  (Enoncé)

donc  $z = z_0$ .

donc  $u = z - z_0 = 0$  donc  $v = \frac{u}{H_c} = 0$

Ainsi  $\Theta_d = 2 \int_{v=\infty}^{v=0} -\sqrt{\frac{R_T}{2H_c}} \frac{\sum_{\lambda}}{f_a(0)} f_a(z_0) \frac{e^{-\frac{v}{H_c}} dv}{\sqrt{v}}$

$$\Theta_d = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-v}}{\sqrt{v}} dv \cdot \sqrt{\frac{R_T}{2H_c}} \frac{\sum_{\lambda}}{f_a(0)} f_a(z_0)$$

enoncé  $\sqrt{v}$

mais  $f_a(z) = f_a(0) e^{-\frac{z}{H_c}}$  donc  $\frac{f_a(z_0)}{f_a(0)} = e^{-\frac{z_0}{H_c}}$

$$\boxed{d'où \Theta_d = 2 \sqrt{\frac{R_T}{2H_c}} e^{-\frac{z_0}{H_c}} \sum_{\lambda}}$$

$$\boxed{\Theta_d = \Theta(z_0) \sum_{\lambda} \text{ avec } \Theta(z_0) = 2 \sqrt{\frac{R_T}{2H_c}} e^{-\frac{z_0}{H_c}}}$$

$z_0$  apparaît uniquement dans  $e^{-\frac{z_0}{H_c}}$   
par  $\Theta(z_0)$

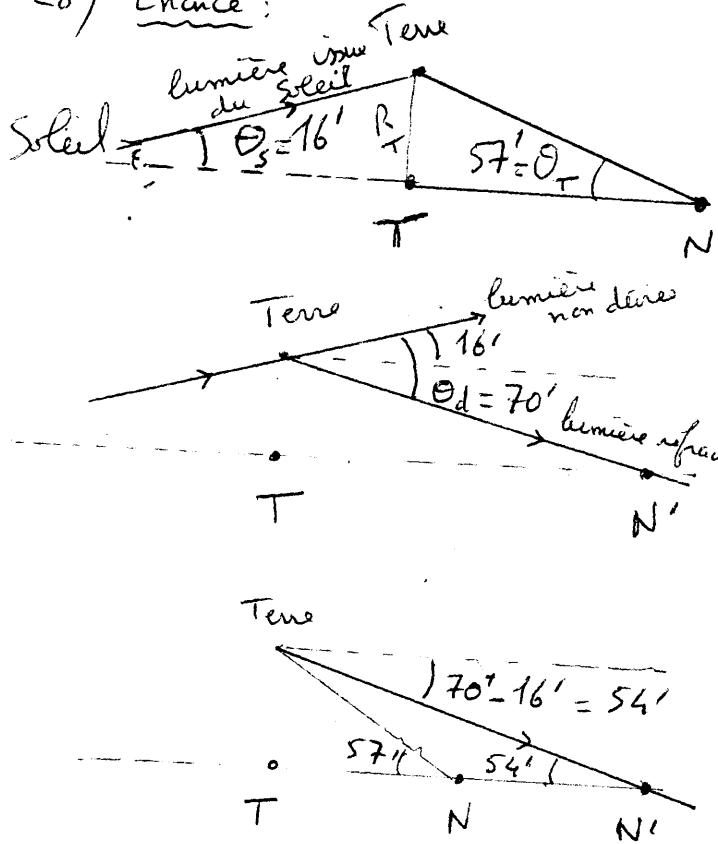
Or  $e^{-\frac{z_0}{H_c}}$  est max quand  $z_0 = 0$  ( $z_0$  ne peut pas être négatif)

donc  $\boxed{z_m = 0}$

27) Si on travaille à  $z_0$  constant  
et que on fait varier  $\lambda$

$\Theta_d = \Theta(z_0) \sum_{\lambda}$  conduit à  $d\Theta_d = \Theta(z_0) d\sum_{\lambda}$   
soit  $\boxed{\sum \Theta_d = \Theta(z_0) \sum \sum_{\lambda}}$

28) Énoncé :



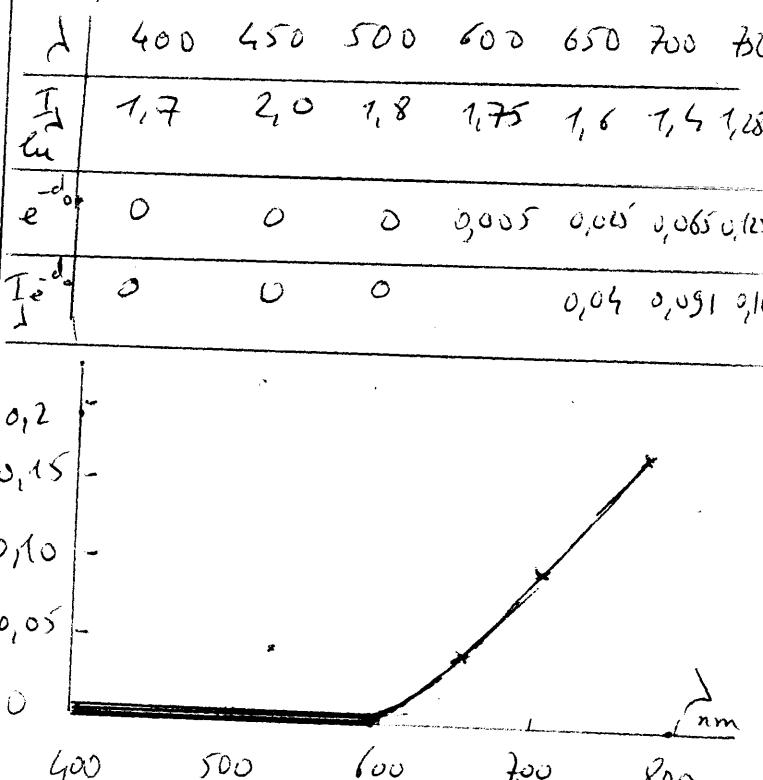
Comme la Terre est vue depuis  $N'$  sous  $\Theta_T = 57' > 54'$ , cela implique que  $N'$  soit "à gauche" de  $N$  (entre  $T$  et  $N'$ )

La lumière n'est donc pas assy réfractée par atteindre le centre  $N$  de la Lune, mais l'écart est minime : 3' ; on peut penser que le rayon est suffisamment réfracté pour atteindre un point de la Lune.

(rq: on peut faire un calcul pour montrer qu'en effet le rayon atteindra un point de la Lune sachant que la Lune a un rayon  $R_L$ , mais je ne pense pas que ce soit utile de le faire)

Conclusion : l'atmosphère terrestre réfracte suffisamment la lumière solaire pour que la Lune soit finalement partiellement éclairée dans le ciel d'après.

29)



aucune de ces couleurs n'est transmise

couleurs bien transmises

la Lune apparaît orangée