1 ARQS

L'ARQS (approximation des régimes quasi-stationnaires) est valide si le temps de propagation du champ électromagnétique τ est négligeable devant la période de ce champ T : $\tau \ll T$
ou encore si la dimension du circuit est très inférieure à la longueur d'onde : $L \ll \lambda$
Rappelons le lien $\lambda = cT$ entre les 2 périodes spatio-temporel, avec c la célérité.

2 Équations de Maxwell

$$\boxed{\begin{array}{cc} \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} & \text{div } \vec{B} = 0 \\ \\ \mathbf{rot}\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \mathbf{rot}\, \vec{B} = \mu_0\, \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}}$$

- A.R.Q.S: dans l'*approximation des régimes quasi-stationnaires*, on néglige le terme $\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ devant $\mu_0\, \vec{j}$
- Chacune de ces équations *locales* traduit une relation intégrée, à savoir le *théorème de Gauss*, la *conservation du flux magnétique*, la *loi de Faraday*, le *théorème d'Ampère généralisé.*
- Dans l'ARQS on retrouve l'équation locale du *théorème d'Ampère* : $\mathbf{rot}\, \vec{B} = \mu_0\, \vec{j}$

3 Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique : $u_{em} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$

- Formule applicable aussi en statique
- L'énergie totale se calcule par intégrale sur **tout** l'espace et non pas sur le volume délimitant le système. Par exemple l'énergie électrostatique d'une sphère chargée de rayon R se détermine ainsi: $U = \int_{espace\ \textbf{entier}} \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\, d\tau$ car E dû à la sphère existe dans **tout** l'espace.

Vecteur de Poynting : $\vec{\mathcal{R}} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

Le vecteur de Poynting est une **puissance surfacique**. La puissance traversée par unité de surface $d\vec{S}$ est donc $d\mathcal{P} = \vec{\mathcal{R}}.d\vec{S}$

On montre que l'énergie se transporte dans le vide à la vitesse de la lumière.

Ne pas utiliser de notation complexe sur toute grandeur énergétique (à moins de la formulation spécifique 1/2 Réel(Complexe 1. Complexe 2 conjugué) qui donne la **moyenne temporelle** de complexe 1. complexe 2).

Puissance volumique fournie par le champ aux porteurs de charge : $\mathcal{P} = \vec{j}.\vec{E}$

Équation de conservation de l'énergie de l'o.e.m: (non exigible): $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \text{div}\, \vec{\mathcal{R}} = -\vec{j}.\vec{E}$

- Le terme de divergence décrit le transport d'énergie par unité de temps à travers une surface délimitant l'unité de volume (compté positivement lorsque l'énergie en sort)
- le terme $\frac{\partial u_{em}}{\partial t}$ décrit la variation d'énergie par unité de temps de cette unité de volume.

- Le terme $\vec{j}.\vec{E}$ décrit la puissance dissipée dans la matière par unité de volume. **Sans matière** (ç-à-d dans le vide) , ce terme est **nul** , il n'y a pas d'interaction des champs avec des charges inexistantes et $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \text{div}\,\vec{\mathcal{R}} = 0$; alors si le premier terme est positif, le deuxième est bien nécessairement négatif pour que la conservation de l'énergie soit vérifiée. (Ces deux termes rappellent l'équation de conservation de la charge). Mais en présence de matière (ç-à-d de charges), il y a alors transfert d'énergie du champ $\vec{E}$ aux charges ($\vec{B}$ ne communique pas d'énergie aux charges) et cette part d'énergie est perdue sous forme de chaleur dans le volume considéré ($-\vec{j}.\vec{E} < 0$) .
- L'équation de conservation est très souvent utilisée en régime stationnaire quand une onde pénètre la matière (genre micro-ondes dans de l'eau). On l'exploite avec des valeurs moyennées temporellement ; or en régime stationnaire il n'y a pas d'évolution temporelle de l'énergie volumique de l'onde.
  Il reste donc : $\text{div} < \vec{\mathcal{R}} > = - < \vec{j}.\vec{E} >$ qu'on peut traduire par :
  La puissance moyenne échangée (entrante - sortante) par la matière envisagée est égale à la puissance moyenne qui y est dissipée par effet Joule.

4 Champ électromagnétique dans le vide

Équation d'onde : elle s'obtient en faisant $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}) = \mathbf{grad}(\text{div}) - \Delta$

- Dans le vide, $\rho = 0$ et $\vec{j} = 0$. Les champ électrique et magnétique sont solutions d'une équation de D'Alembert **tridimentionnelle** :

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \vec{\Delta}\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{avec} \qquad c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$$

- La solution de D'Alembert tridimensionnelle est la superposition d'ondes planes progressives se propageant dans des directions quelconques.
  - "plane" signifie que la dépendance spatiale des champs se limite à la coordonnée suivant la direction de propagation ; par exemple si la propagation est selon $\vec{e}_x$, les champs d'une onde *plane* dépendront de x mais ni de y ni de z.
  - "progressive" signifie que les champs varient en $t \pm \frac{u}{c}$ où c est la constante apparaissant dans l'équation de D'Alembert et u la coordonnée de propagation (x dans l'exemple précédent).
  - rappelons que l'analyse de Fourier permet de limiter l'étude des ondes progressives à des ondes progressives *harmoniques*, ç-à-d des champs variant *sinusoïdalement* avec le temps selon $\omega(t \pm \frac{u}{c})$ (ou encore $\omega t \ \pm ku$).
- Les champs E et B sont *transverses*, ç-à-d perpendiculaires à la direction de propagation.
- Dans le vide E et B sont reliés par : $\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{prop}} \wedge \vec{\mathbf{E}}/\mathbf{c}$
- En milieu **limité** (par une ou plusieurs parois métalliques par exemple), la superposition des solutions conduit à des ondes **non** planes (cf réflexion dans le vide sur un métal parfait ou propagation dans un guide d'ondes) afin de respecter les conditions imposées aux limites (elles sont fournies) du fait de la présence d'un métal .

5 Effet de peau dans les métaux

Dans un métal de conductivité électrique σ, le champ électromagnétique ne pénètre que sur une épaisseur δ :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\,\sigma\,\omega}}$$

Au déla de cette profondeur, le champ électromagnétique est quasi-nul dans le métal.

Dans un conducteur parfait (conductivité infinie, modèle idéal), le champ électromagnétique est nul.

6 Plasma

Un plasma est un ensemble *neutre* de charges négatives (électrons) et cations . Les cations , plus lourds, sont supposés immobiles. La conductivité du plasma est donc essentiellement due à celle de ses électrons.
Le plasma est considéré peu dense (ou dilué). Chaque électron est individuel.
Les électrons non relativistes permettent de négliger la force magnétique ; seule agit la force électrique.
Bien-sûr, on néglige la force gravitationnelle (fantastiquement plus petite).

- Le modèle le plus simple , **sans collision**, conduit à une conductivité complexe **imaginaire pure**. Cela signifie qu'il n'y a **aucune perte d'énergie** dans la plasma.
- L'o.e.m qui arrive sur le plasma ne se propage que si sa pulsation dépasse la pulsation *plasma* ; celle-ci dépend entre autre de la densité n des électrons : **Propagation si** $\omega > \omega_p$, avec $\omega_p^2 = ne^2/m_e\epsilon_0$

7 Généralités

- Vitesse de phase
  - Définition : c'est la vitesse de la phase, ou encore la vitesse d'une crête de l'onde; on l'obtient par $v_\varphi = \omega/k$
  - Dans le vide , elle est égale à la vitesse de la lumière c pour 1 OPPH
  - Dans la matière , elle est égale à c/n' où n' est la partie réelle de l'indice du matériau : $\underline{n} = n' - jn''$
  - n' (partie réelle de l'indice) est lié à la propagation et n'' (partie imaginaire de l'indice) à l'atténuation
  - Un milieu dit *transparent* possède un indice n réel (pas d'absorption)
- Milieu dispersif : c'est un milieu pour lequel la vitesse de phase dépend de la pulsation
- Vitesse de groupe
  - Une onde n'est jamais purement monochromatique ; elle est la somme d'ondes sinusoïdales dont les pulsations sont dans un intervalle de largeur $\Delta\omega$ autour de la valeur centrale moyenne ω; l'onde ressemble alors à un "paquet" , ç-à-d à une onde de pulsation ω dont l'amplitude est "modulée" , comme si on voyait une sinusoïde de pulsation rapide à l'intérieur d'une grande de pulsation faible. (cf sur le site "animation sur le paquet d'onde").
  - Définition : la vitesse de groupe est la vitesse de l'énergie ou la vitesse de l'enveloppe du paquet d'onde; on l'obtient en différentiant la relation de dispersion (relation entre ω et k) par : $v_g = d\omega/dk$.
  - Vitesses de phase et de groupe peuvent être différentes. La vitesse de phase peut dépasser la vitesse de la lumière ce qui ne contredit pas la relativité d'Einstein car la vitesse de phase ne concerne que la phase qui est une notion purement mathématique d'une sinusoïde. La vitesse de groupe ne peut pas dépasser la vitesse de la lumière car elle correspond à une notion physique , la vitesse de l'énergie.

- Cas de propagation entre 2 milieux d'indice différents avec des OPPH $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0\ e^{j(\omega t - \underline{k}x)}$ avec $\vec{E}_0$ **uniforme**
  - E et B transverses
  - relation de dispersion $\underline{k} = \underline{n}\frac{\omega}{c}$ où $\underline{n}$ est l'indice complexe du milieu.
  - la partie réelle de $\underline{k}$ (ou de $\underline{n}$) contient l'information sur la vitesse de phase : $v_\varphi = \frac{\omega}{Reel(\underline{k})} = \frac{c}{\mathcal{R}eel(\underline{n})}$
  - la partie imaginaire de $\underline{k}$ (ou de $\underline{n}$) contient l'atténuation
  - $\underline{\vec{B}} = \frac{\underline{\vec{k}}}{\omega} \wedge \underline{\vec{E}}$ avec **attention** $\underline{k} \neq \omega/c$ mais $\underline{k} = \underline{n}\frac{\omega}{c}$
  - la longueur d'onde dans le matériau est, par rapport à celle de l'onde dans le vide $\lambda = \frac{\lambda_0}{Re(\underline{n})}$
  - on définit les coefficients de réflexion et de transmission en **amplitude** par : $r = \frac{E_r}{E_i}$ et $t = \frac{E_t}{E_i}$ et on montre :
    - $1 + r = t$ en appliquant la continuité de la composante tangentielle de E
    - $n_1(1 - r) = n_2 t$ en appliquant la continuité de la composante tangentielle de B
  - on définit les coefficients de réflexion et de transmission en **énergie** par : $R = \frac{\Pi_r}{\Pi_i}$ et $T = \frac{\Pi_t}{\Pi_i}$ où Π est la puissance surfacique (ou vecteur de Poynting). On a toujours $R + T = 1$ qui traduit la conservation de l'énergie.