

1 Dynamique en référentiel non galiléen

1.1 Lois de composition des vitesses et accélérations lors d'un changement de référentiel

Loi de composition des vitesses au point M : $\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_e$

Loi de composition des accélérations au point M : $\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_c$

Vitesse et accélération d'entraînement sont obtenues en "bloquant" le mouvement relatif de M :

-pour R' en translation **quelconque**, (cas d'un ascenseur par rapport à la cage d'escalier ou du référentiel géocentrique par rapport à Copernic), $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_{\text{référentiel}}$, $\mathbf{a}_e = \mathbf{a}_{\text{référentiel}}$; çà-d que vitesse et accélération d'entraînement sont égales à celles du référentiel; on remarquera qu'on peut les obtenir en prenant n'importe quel point du référentiel (on choisit souvent de prendre son origine); elles sont **indépendantes de M** .

-pour R' en rotation angulaire uniforme Ω autour d'un axe fixe passant par l'origine O' du référentiel, (cas d'un manège), ce sont celles d'un point décrivant un cercle à vitesse angulaire uniforme, soit :

$$\mathbf{v}_e = r\Omega \mathbf{u}_\theta \quad (\text{ou encore } \mathbf{v}_e = \Omega \wedge \mathbf{O'M} = \Omega \wedge \mathbf{HM}, \text{ H centre du cercle décrit}).$$

$$\mathbf{a}_e = -r\Omega^2 \mathbf{u}_r \quad (\text{ou encore } \mathbf{a}_e = \Omega \wedge (\Omega \wedge \mathbf{O'M}) = -\Omega^2 \mathbf{HM})$$

- pour un référentiel à la fois en translation et en rotation, (c'est le cas du référentiel terrestre par rapport au référentiel de Copernic), il faut ajouter les deux effets d'entraînement: ainsi

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}(\mathbf{O}') + \Omega \wedge \mathbf{HM}$$

$$\mathbf{a}_e = \mathbf{a}(\mathbf{O}') - \Omega^2 \mathbf{HM}$$

L'accélération de Coriolis n'existe que pour les référentiels en rotation : $\mathbf{a}_c = 2\Omega \wedge \mathbf{v}_r$

Rq : elle est nulle dans le cas d'un équilibre relatif.

1.2 Principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen

On ajoute aux forces d'interaction les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis.

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F}_{\text{interaction}} + \mathbf{F}_{ie} + \mathbf{F}_{ic} \quad \text{avec} \quad \mathbf{F}_{ie} = -m\mathbf{a}_e \text{ et } \mathbf{F}_{ic} = -m\mathbf{a}_c$$

$$\text{Pour un référentiel en translation : } \mathbf{F}_{ie} = -m\mathbf{a}_{\text{référentiel}} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{ic} = \mathbf{0}$$

$$\text{Pour un référentiel en rotation uniforme : } \mathbf{F}_{ie} = m\omega^2 \mathbf{HM} \quad \text{axifuge}$$

1.3 Effet de marée

Référentiel de Copernic R_C galiléen et référentiel géocentrique R_{geo} considéré non galiléen car en *translation* elliptique par rapport à R_C . La translation implique : $\Omega(R_{geo}/R_C) = \mathbf{0}$ et $\mathbf{a}_C = \mathbf{0}$

(Notation: $\mathbf{a}(M, R_C)$ signifie accélération de M dans R_C).

Composition des accélérations : $\mathbf{a}(M, R_C) = \mathbf{a}(M, R_{geo}) + \mathbf{a}_e$ avec $\mathbf{a}_e = \mathbf{a}(T, R_C)$ où T est le centre de la Terre.

On applique la RFD au point M dans R_C (il est soumis aux 3 forces de gravitation dues au Soleil (S), la Terre (T), la Lune (L)) : $m\mathbf{a}(M, R_C) = m\mathbf{G}_S(M) + m\mathbf{G}_T(M) + m\mathbf{G}_L(M)$

puis la R.F.D à la terre dans R_C (elle est soumise aux 2 forces de gravitation dues au Soleil et à la Lune) :

$$M_T \mathbf{a}(T, R_C) = M_T \mathbf{G}_S(T) + M_T \mathbf{G}_L(T)$$

d'où par différence (les masses s'éliminent) :

$$\mathbf{a}(M, R_{geo}) = \mathbf{G}_T(M) + (\mathbf{G}_S(M) - \mathbf{G}_S(T)) + (\mathbf{G}_L(M) - \mathbf{G}_L(T))$$

Les termes $\mathbf{G}_S(M) - \mathbf{G}_S(T)$ et $\mathbf{G}_L(M) - \mathbf{G}_L(T)$ sont appelés **termes de marée**. Comme chacun sait, dans le cas des marées terrestres, le terme dominant numériquement est le terme lunaire.

1.4 Pesanteur apparente

Référentiel géocentrique (ici galiléen) : le point de masse m subit la force de gravitation $m\mathbf{G}_T$.

Référentiel terrestre (ici non galiléen) : il subit en plus les 2 forces d'inertie.

RFD dans R_{Terre} : $m\mathbf{a}(R_{Terre}) = m\mathbf{G}_T - m\mathbf{a}_e - m\mathbf{a}_c$

d'où $\mathbf{a}(R_{Terre}) = \mathbf{G}_T - \mathbf{a}_e - \mathbf{a}_c$

On pose $\mathbf{g} = \mathbf{G}_T - \mathbf{a}_e$

d'où $m\mathbf{g} = m\mathbf{G}_T - m\mathbf{a}_e$

ou encore $\mathbf{P} = \mathbf{F}_{Grav} + \mathbf{F}_{ie}$

Rq : le point coïncident a un mouvement circulaire de rayon $R_T \cos \lambda$ à la vitesse angulaire constante Ω d'où $\mathbf{a}_e = -R_T \cos \lambda \Omega^2 \mathbf{u}_{HM}$ H étant le centre du cercle décrit, et λ la latitude.

L'effet de **rotation propre** de la terre transforme la gravitation en pesanteur apparente sur terre . Cet effet est **pris en compte** dans le vecteur $\mathbf{g}$. Il est au maximum de l'ordre de 2%.. C'est pourquoi on passe de la valeur $9,81 \text{ m.s}^{-2}$ à $9,83 \text{ m.s}^{-2}$ quand on va de l'équateur au pôle (tout en prenant un modèle sphérique de la Terre , ζ -à-d sans tenir compte dde son aplatissement).

2 Déplacement rectiligne et uniforme d'une voiture

Dans la condition de *roulement sans glissement* :

- la vitesse du point de la roue au moment du contact au sol est nulle
- roulement sur un plan : $v = r\omega$

TMC appliqué à la roue :

- Seule la force tangentielle (frottement) intervient dans le moment des forces , ainsi qu'un éventuel couple moteur interne appliqué sur la roue *motrice*.

PFD et TEM appliqué au véhicule :

- Les forces *intérieures* n'interviennent pas dans le PFD mais interviennent dans le TEM. La puissance d'un couple moteur de moment Γ est $\Gamma\omega$.