I.A. — Les taches solaires

❑ **2** — On considère un volume élementaire $d\tau$ supposé neutre du plasma solaire constitué de N sortes de particules élémentaires de charges $q_1, \cdots, q_N$, en nombre $n_1, \cdots, n_N$ par unité de volume et de vitesses $\vec{v}_1, \cdots, \vec{v}_N$. Donner l'expression de la densité volumique de courant $\vec{j}$ puis celle de la résultante des forces électromagnétiques $d\vec{F}$ en fonction de $\vec{j}$, $\vec{B}$ et $d\tau$. En déduire que l'on peut écrire cette résultante sous la forme $d\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(\epsilon)d\tau$ dans laquelle on précisera l'expression de ϵ.

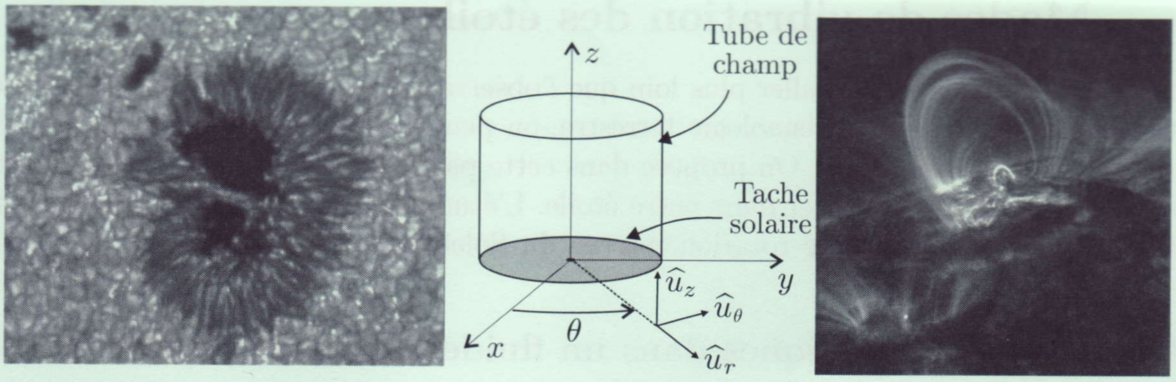


FIGURE 1 – A gauche : Cliché d'une tache solaire pris par la sonde Hinode en 2006. Au centre : géométrie adoptée pour la modélisation des tubes et des taches. A droite : Cliché d'une boucle magnétique pris par le télescope TRACE, en orbite autour du Soleil depuis 1998.

❑ **3** — Montrer que la grandeur $p + \frac{1}{2\mu_0}B^2$ est uniforme si on reste proche de la surface du Soleil. A la surface du Soleil, mais à l'extérieur d'une tache solaire, la valeur de la pression est $p_{\text{ext}} = 1{,}3\,\text{bar}$ et celle de la température $T_{\text{ext}} = T_s$, le champ magnétique est quant à lui négligeable. Ce n'est plus le cas au centre d'une tache solaire où la valeur du champ magnétique est $B_{\text{int}} = 0{,}5\,\text{T}$. Calculer la pression p_{int} et la température T_{int} au centre d'une tache solaire.

I.B. — Les boucles magnétiques

Les taches solaires sont dues à l'émergence de tubes de champ magnétique dans l'atmosphère solaire. On considère ici un tube de champ magnétique en forme de cylindre de révolution d'axe $(O,\widehat{u}_z)$ et de rayon R. Ce tube est représenté sur la partie centrale de la figure 1.

❑ **5** — On admet que $B(r)$ est une fonction décroissante. Justifier le fait que le tube de champ a tendance à se dilater sous le seul effet du champ magnétique $\vec{B}$.

❑ **6** — En fait, le tube de champ est également parcouru par un courant électrique provenant de l'intérieur du Soleil et dont la densité est de la forme $\vec{j_t} = j_t(r)\widehat{u}_z$. En supposant que la longueur du tube est grande devant son rayon, déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B_t}$ créé par $\vec{j_t}$ en fonction de μ_0, r et de l'intensité $I(r)$ du courant traversant un disque de rayon r. En déduire l'expression de la force de Laplace $d\vec{F_t}$ correspondante exercée sur un élément de volume $d\tau$ du tube, en fonction de $I(r)$, de sa dérivée et des autres grandeurs du problème. En admettant que $I(r)$ est une fonction positive et croissante, quel est l'effet du champ magnétique $\vec{B_t}$ sur le tube de champ ?

Mines Ponts 2 PC 17 extraits (sans calculette)

2) $\boxed{\vec{j} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i}$

Force de Laplace $d\vec{F} = \sum_i \underbrace{n_i\, d\tau\, q_i}_{\text{charge dans le volume } d\tau} \vec{v}_i \wedge \vec{B}$

$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = \vec{j}\, d\tau \wedge \vec{B} \quad \text{ou} \quad \vec{j}\wedge\vec{B}\, d\tau}$

Penser à Maxwell-Ampère en régime stationnaire puisque $\vec{B}$ indépendant du temps : $\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

$\Rightarrow d\vec{F} = \frac{1}{\mu_0}\, \vec{rot}\,\vec{B} \wedge \vec{B}\, d\tau$

Utiliser le formulaire en coord. cyl. sur $\vec{rot}\,\vec{B}$ en prenant $\vec{B}$ de l'énoncé $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_z \Rightarrow \vec{rot}\,\vec{B} = -\frac{\partial B}{\partial r}\vec{u}_\theta$

d'où $d\vec{F} = -\frac{d\tau}{\mu_0}\frac{dB}{dr}\vec{u}_\theta \wedge B\vec{u}_z = -\frac{B\,dB}{\mu_0\, dr}\vec{u}_r\, d\tau$

Voir formulaire en coord cyl du gradient

$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = -\vec{grad}\,\frac{B^2}{2\mu_0}\, d\tau}$ donc $\boxed{\varepsilon = \frac{B^2}{2\mu_0}}$

3) $p + \frac{B^2}{2\mu_0}$ fait penser étrangement à Bernoulli sans le terme gravité et en remplaçant $\rho\frac{v^2}{2}$ par $\frac{B^2}{2\mu_0}$.

Partons ainsi de Navier Stokes adapté ici à un régime stationnaire dans la vision Lagrangienne, càd dérivée totale nulle $\frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{0}$

en négligeant la pesanteur manifeste-
ment (puisque n'apparaît pas dans
le résultat), simplement parce qu'on
e situe à la surface du Soleil sans
… s'en éloigner
t en tenant compte des forces magné-
tiques $d\vec{F}$
n négligeant la viscosité (milieu

d'où $\vec{0} = -\vec{grad}\,p - \vec{grad}\,\frac{B^2}{2\mu_0}$

ainsi $\vec{grad}\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = \vec{0}$

ce qui permet d'avoir $\boxed{p + \frac{B^2}{2\mu_0} = cte}$

Extérieur tache — Intérieur tache

$p_{ext} + \underbrace{0}_{\text{("négligeable")}} = p_{int} + \frac{B_{int}^2}{2\mu_0}$

d'où $\boxed{p_{int} = p_{ext} - \frac{B_{int}^2}{2\mu_0}}$

AN : $p_{int} = 1,3\times10^5 - \frac{0,5^2}{2\times 4\pi\times10^{-7}} = 10^5 \cdot 1,3 - \frac{10^7}{8\times 4\pi}$

$\simeq 1,3\,10^5 - \frac{10^2\times10^5}{100}$

$\underline{p_{int} \simeq 0,3 \text{ bar}}$ (1 chiffre significatif)

4) Equation d'état du gaz parfait avec l'hypothèse énoncée : ρ_s uniforme

$\rightarrow \frac{p}{T} = cte$ d'où $\frac{p_{int}}{T_{int}} = \frac{p_{ext}}{T_{ext}}$

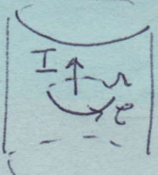
ainsi $\boxed{T_{int} = T_{ext}\,\frac{p_{int}}{p_{ext}}}$

AN : $\underline{T_{int}} = 5,7\cdot10^3 \cdot \frac{0,3}{1,3} = \underline{1,3\cdot10^3 \text{ K}}$

5) D'après $d\vec{F} = -\vec{grad}\,\frac{B^2}{2\mu_0}\, d\tau$

si $B(r) \searrow$ alors $\vec{grad}\,\frac{B^2}{2\mu_0} < 0$ et $d\vec{F}$ a le sens de $\vec{u}_r$ ce qui donne l'effet de <u>dilatation</u>

6)



Application du théorème d'Ampère stationnaire à $\mathcal{C}$: cercle rayon r

$B_{t\theta}\; 2\pi r = \mu_0\, I(r)$

d'où $\boxed{\vec{B}_t = \frac{\mu_0\, I(r)}{2\pi r}\,\vec{u}_\theta}$

Précision sur l'invariance : $I(r) \Rightarrow B_t(r)$

" sur la symétrie : les lignes de champ enlacent le courant donc $\vec{B}_t \parallel \vec{u}_\theta$

Avec $dI = 2\pi r\,dr\, j_t$ le courant traversant l'anneau compris entre r et $r + dr$

on remplace $\vec{j}_t = \frac{dI}{2\pi r\,dr} \vec{u}_z$ et on remplace $\vec{B}_t = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

$$d'où \quad d\vec{F}_t = \frac{dI}{2\pi r\,dr} \vec{u}_z\, d\tau \wedge \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \vec{u}_\theta = -\mu_0 \, I \frac{dI}{dr} \frac{d\tau}{(2\pi r)^2} \vec{u}_r$$

$$\boxed{d\vec{F}_t = -\mu_0 \frac{I\,dI}{dr} \frac{d\tau}{4\pi^2 r^2} \vec{u}_r}$$

Si $I \nearrow$ avec r alors $\frac{dI}{dr} > 0$ et $d\vec{F}_t$ a le sens opposé à $\vec{u}_r$ et tend à rétrécir le tube de champ.

On remarque donc que $d\vec{F}$ et $d\vec{F}_t$ ont des effets opposés.