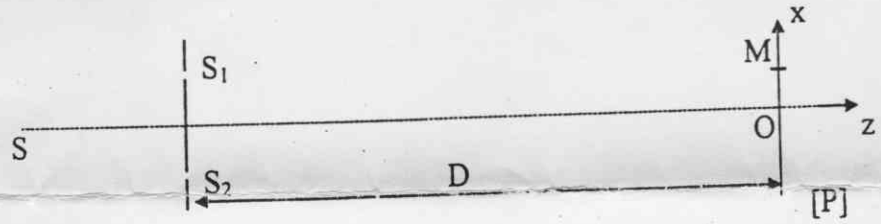
Problème 1: *"Mesure de la vitesse d'une particule"*

Les deux parties du problème se suivent mais peuvent être traîtées de manière indépendante.

Partie A: Optique

On réalise le dispositif expérimental de la figure suivante. La source S est ponctuelle et monochromatique (longueur d'onde d'émission λ). Les deux trous S_1 et S_2 sont ponctuels. Ils sont symétriques par rapport à l'axe (Oz) et séparés d'une distance a. On observe le champ d'interférences sur la droite (Ox) perpendiculaire (Oz), à la distance D >> a. Un point M de cette droite est repéré par son abscisse x.

NB: le problème est donc réduit aux 2 directions (Ox) et (Oz), et l'on ne considèrera pas la troisième direction de l'espace (Oy).

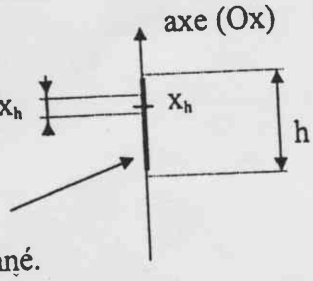


1 - Montrer que l'intensité lumineuse en M peut s'écrire $I(x)=2I_0(1+\cos(\Phi))$, où I_0 est une constante, et où l'on exprimera Φ en fonction de λ, a, x et D.

2 - *Une particule, supposée ponctuelle, traverse la zone d'interférences en suivant l'axe (Ox), à la vitesse v constante. A chaque instant, elle réfléchit une intensité lumineuse proportionnelle à l'intensité qu'elle reçoit. Un détecteur enregistre l'intensité lumineuse ainsi réfléchie. On observe à l'oscilloscope le signal sinusoïdal délivré par le détecteur en fonction du temps.*

Quelle relation simple lie l'interfrange i de la figure d'interférences, la vitesse v de la particule, et la fréquence f_p du signal enregistré à l'oscilloscope ? On mesure f_p = 1.6 kHz. Calculer la vitesse de la particule sachant que λ = 633 nm, D = 1 m et a = 0.01 m.

3 - En fait, la particule n'est pas parfaitement ponctuelle, mais a une largeur h. Une portion infinitésimale de la particule, de largeur dx_h, réfléchit une intensité lumineuse $K.I(x_h).dx_h$, où K est une constante, x_h l'abscisse de cette portion, et $I(x_h)$ l'intensité lumineuse en ce point.



Particule à un
à un instant donné.

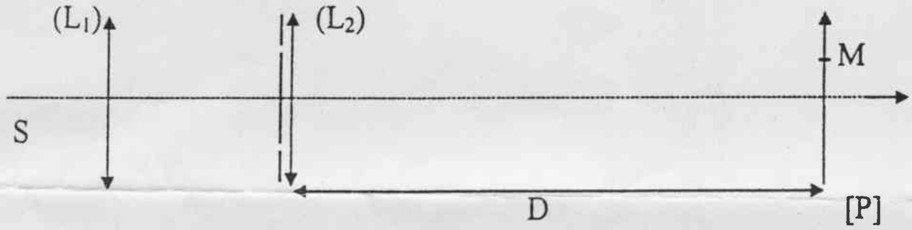
Montrer que l'intensité lumineuse totale réfléchie par la particule, lorsque son centre se trouve à l'abscisse x, peut se mettre sous la forme:

$$I_r(x) = K_0\,(1 + m\cos(\omega_r\, x)),$$

où K_0 est une constante et où l'on exprimera ω_r et m en fonction de h et des autres paramètres de l'expérience. Tracer l'allure du signal observé à l'oscilloscope dans le cas où m = 0.5.

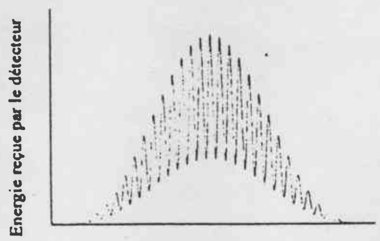
4 - A partir de quelle dimension h ne pourra-t-on plus mesurer la vitesse de la particule avec ce dispositif ? (La fonction $\frac{\sin x}{x}$ devient très faible à partir de son premier 0).

5 - En fait, si l'on veut réaliser des mesures exploitables, on remplace les deux trous S_1 et S_2 par deux fentes parallèles entre elles, mais perpendiculaires au plan de la figure, et l'on place deux lentilles (L_1) et (L_2) de distances focales image f'_1 et f'_2:



Quels sont les rôles des différents éléments de ce montage ? A quelle distance de la lentille (L_1) doit se trouver la source S ? A quelle distance D doit se trouver le plan d'étude [P] où se situent les franges d'interférences ?

6 - Le signal observé à l'oscilloscope a l'allure suivante.



Sachant que les fentes S_1 et S_2 ont une largeur b non nulle, expliquer qualitativement cette allure. Quel phénomène physique intervient ici ?

<u>Remarque:</u> On pourrait montrer que l'on peut raisonnablement modéliser la fonction f(t) enregistrée par le détecteur par:

$$f(t) = K_0\,\frac{\sin^2(\Omega t)}{(\Omega t)^2}\,(1 + m\cos(\omega t))$$

où ω et Ω dépendent de la vitesse de la particule. ***<u>On ne demande pas de le démontrer ici !</u>***

Que représentent les différents termes de cette fonction ?

ICARE 98 | MP-PC

1) Exp. trous d'Young (cf cours) $\boxed{I(x) = 2I_0 (1+\cos\phi)}$ $\boxed{\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}}$ $\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

2) $T_1 \simeq \frac{1}{f_1}$ $i = v T_1$ $\Rightarrow$ $\boxed{v = i f_1}$ $i = \frac{\lambda D}{a}$ AN : $v = \frac{\lambda D}{a} f_1 = 10,1 \text{ cm.s}^{-1}$

3) $$I = \int_{x-\frac{h}{2}}^{x+\frac{h}{2}} \alpha\, 2I_0 \left(1+\cos\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) dx = 2\alpha I_0 \left(h + \frac{\lambda D}{2\pi a} \left(\sin \frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)_{x-\frac{h}{2}}^{x+\frac{h}{2}} \right)$$

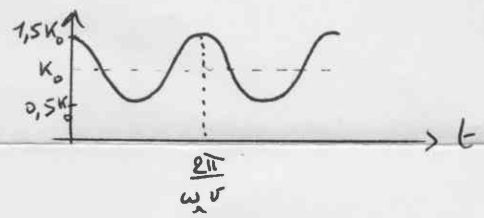
$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$$= 2\alpha I_0 \left(h + \frac{\lambda D}{\pi a} \sin\frac{2\pi a h}{\lambda D\, 2} \cos\frac{2\pi a x}{\lambda D} \right)$$

$\boxed{I = K_0 (1 + m\cos(\omega_r x))}$ avec $\boxed{\omega_r = \frac{2\pi a}{\lambda D}}$ et $\boxed{m = \frac{\sin\frac{\pi a h}{\lambda D}}{\frac{\pi a h}{\lambda D}}}$

Allure de $I_r(x) = K_0 (1 + 0,5 \cos \omega_r v t)$ (car $x = vt$)

Oscillo

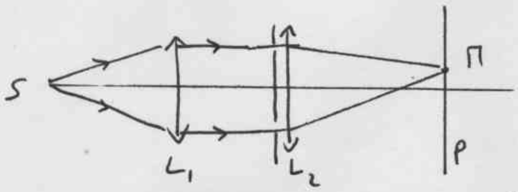


4) Facteur de contraste : $\frac{\sin\frac{\pi a h}{\lambda D}}{\frac{\pi a h}{\lambda D}}$ très faible à partir du 1er zéro, soit $\frac{\pi a h}{\lambda D} = \pi$

soit $\boxed{h \geqslant \frac{\lambda D}{a}}$ alors $m \simeq \text{sinc}\,\frac{\pi a h}{\lambda D}$ très faible donc $I_r(x)$ a des oscillations peu visibles à l'oscillo.

$6,3.10^{-5}$ mm

5)



L_1 doit être à la distance focale f'_1 de la source S (pour obtenir un faisceau //)

L_2 doit être à la distance focale f'_2 des fentes (convergence du fais. // dans le plan focal)

$\boxed{D = f'_2}$

6) Il s'agit de la diffraction par les fentes de largeur b

alors $I = K_0 \,\text{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) (1 + m\cos\omega_r x)$

avec $x = vt$

$\omega_d = \frac{\pi b v}{\lambda D}$