

PROBLÈME 2

Enrichissement de l'uranium

Les réacteurs nucléaires à eau pressurisée (REP) exploitent l'énergie libérée par la fission de noyaux d'uranium 235 provoquée par des flux de neutrons : ${}_0^1n + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow \text{PF}_1^* + \text{PF}_2^* + 2 \text{ à } 3 {}_0^1n$.

La fission génère des noyaux radioactifs (les produits de fission : P.F.) et libère également des neutrons qui peuvent, à leur tour, générer des fissions. Une réaction en chaîne peut alors se développer : neutrons \rightarrow fissions \rightarrow neutrons \rightarrow fissions \rightarrow ... Cependant, pour maintenir la réaction en chaîne, il faut un nombre de fissions par unité de volume et de temps satisfaisant et donc une teneur volumique minimum en uranium 235. Le terme « enrichissement » indique la teneur en isotope d'un élément. Par ailleurs, il désigne également le processus physique par lequel cette teneur est accrue.

Pour ce problème, l'enrichissement de l'uranium N correspond à l'enrichissement massique en uranium 235 : $N = \frac{m_{U235}}{m_{U235} + m_{U238}}$, où m_{U235} et m_{U238} sont respectivement les masses de l'ensemble des atomes contenant des noyaux d'uranium 235 et 238 présents par unité de volume.

Un combustible nucléaire à base d'uranium naturel, c'est-à-dire un combustible pour lequel les proportions en noyaux d'uranium 235 et 238 correspondent à celles du minerai d'uranium extrait de la mine, a un enrichissement de 0,7 %. Il ne convient pas aux REP (nous n'en développerons pas ici les raisons). Le combustible nucléaire des réacteurs à eau pressurisée nécessite un uranium enrichi entre 3 et 5 %, ce qui va être obtenu grâce à l'opération d'enrichissement.

Ce problème a pour objectif d'étudier le principe d'un des procédés d'enrichissement envisagé par le commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA) : le procédé par Séparation Isotopique par Laser sur Vapeur Atomique (SILVA). Il est basé sur l'ionisation des atomes contenant des noyaux d'uranium 235 à travers la mise en œuvre de lasers.

Dans un premier temps, nous préciserons certains aspects généraux associés à l'opération d'enrichissement (**partie I**). Puis, dans un deuxième temps, nous spécifierons, dans le cadre de l'atome d'hydrogène, l'influence de la masse du noyau sur les énergies de liaison des électrons (**partie II**) puisque c'est précisément sur cette propriété que repose le procédé d'enrichissement SILVA dont nous étudierons certains aspects en **partie III**. Ces trois parties sont indépendantes.

Les effets liés à la gravité seront négligés dans l'ensemble du problème.

Données numériques

Constante de Planck $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Charge électrique élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Electronvolt $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Masse de l'électron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittivité du vide $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Rapport des masses de l'électron et du proton $\frac{m_e}{m_p} = 5,4 \cdot 10^{-4}$

Rapport des masses de l'électron et du deutérium $\frac{m_e}{m_d} = 2,7 \cdot 10^{-4}$

Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Partie I – Quantité d'uranium à enrichir pour un rechargement annuel d'un quart du combustible

L'opération d'enrichissement a pour objectif de séparer les isotopes naturels de l'uranium (^{238}U et ^{235}U) du flux d'approvisionnement F (Feed), d'enrichissement $N_F = 0,7 \%$, en deux flux. L'un, appelé P (Product), est le flux d'uranium enrichi en ^{235}U , d'enrichissement N_P . L'autre est le flux W (Waste) d'uranium appauvri en ^{235}U , d'enrichissement N_W . Cette étape du cycle du combustible est représentée en **figure 9**. F , P et W sont les masses d'uranium totales (en uranium 235 et 238) exprimées en tonnes. L'enrichissement du flux appauvri N_W est encore appelé teneur de rejet. Elle est fixée par l'électricien (EDF en France) et vaut entre 0,1 % et 0,3 %.

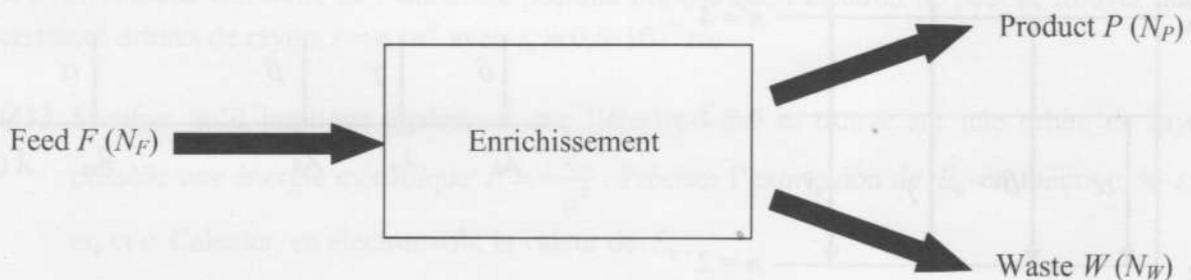


Figure 9 – Principe de l'opération d'enrichissement

Dans cette partie, nous allons évaluer la quantité F d'uranium d'enrichissement naturel nécessaire pour un REP de puissance électrique $P_e = 1,0 \text{ GW}$, dont un quart du combustible d'oxyde d'uranium UO_2 , enrichi à $N_P = 3,7 \%$, est changé tous les ans.

Q29. Lors de l'étape d'enrichissement, les masses totales d'uranium, et donc le nombre de noyaux d'uranium de chaque isotope, sont conservées. Montrer que : $F = \frac{(N_p - N_w)}{(N_f - N_w)} \cdot P$.

Q30. Le rendement η entre la puissance électrique et la puissance thermique P_{th} provenant des fissions vaut $1/3$. Par ailleurs, la puissance thermique volumique ϕ_V qui est la puissance thermique produite par unité de volume de combustible UO_2 vaut 330 W/cm^3 . En considérant que le rapport des masses de l'uranium et de l'oxyde d'uranium est $\alpha = \frac{m_U}{m_{UO_2}} \approx 0,88$ et que la masse volumique de l'oxyde d'uranium ρ_{UO_2} vaut 10 g/cm^3 , calculer la masse d'uranium provenant du combustible usé, m_{CU} , à changer chaque année. En déduire la quantité F d'uranium d'enrichissement naturel nécessaire chaque année, en tonnes, si N_w est fixée à $0,3 \%$. Comment évolue cette quantité si N_w diminue ?

Partie II – Energies de liaison de l'électron de l'atome d'hydrogène

C'est l'interprétation satisfaisante des raies visibles de l'atome d'hydrogène (série de *Balmer*, **figure 10**), qui conduisit *Bohr* à énoncer deux postulats :

« 1) Tout système atomique possède une multiplicité d'états possibles, les « états stationnaires », qui correspondent en général à une série discrète de valeurs de l'énergie ; ces états sont caractérisés par une stabilité particulière, d'après laquelle toute variation d'énergie de l'atome doit être accompagnée d'une « transition » totale de celui-ci d'un état stationnaire à un autre.

2) L'émission et l'absorption de rayonnement par un atome sont liées aux variations possibles d'énergie, la fréquence du rayonnement étant déterminée par la « condition de fréquence » $h \cdot \nu = E_2 - E_1$, c'est-à-dire par la différence d'énergie entre l'état initial et l'état final du processus de transition considéré. ».

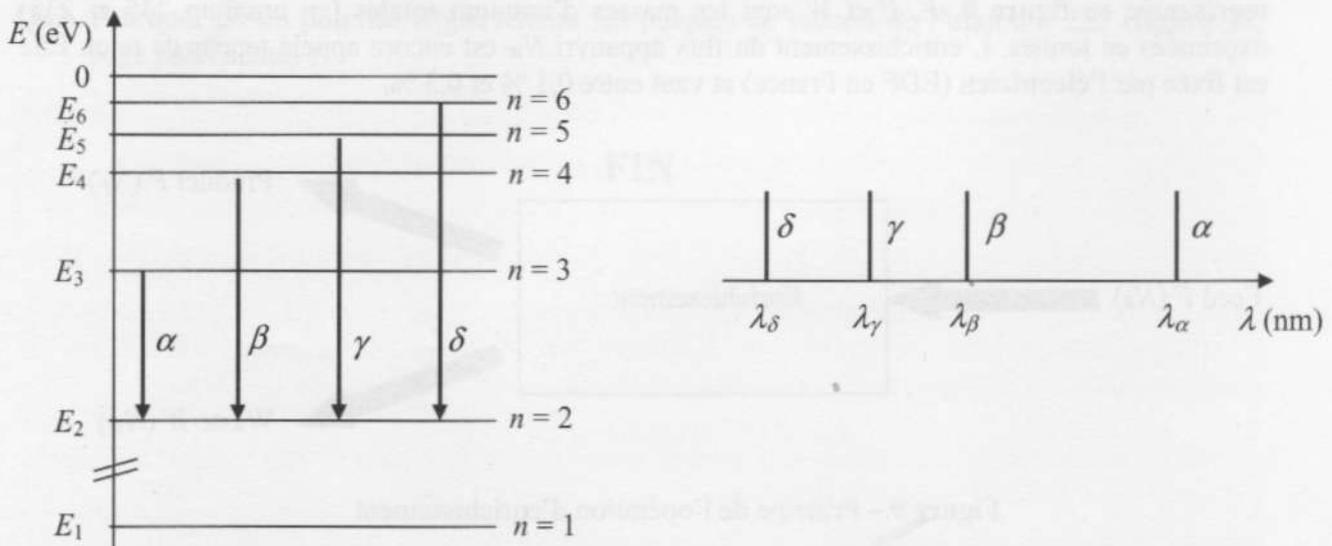


Figure 10 – Raies de la série de *Balmer* du spectre de l'hydrogène

Pour déterminer les valeurs discrètes des énergies de l'atome d'hydrogène, *Bohr* va considérer que l'électron tourne autour de son noyau, un proton de masse m_p et de charge électrique $q_p = +e$, sur une orbite circulaire de rayon r (**figure 11**). Tout d'abord, le noyau est considéré, dans le référentiel galiléen du laboratoire, fixe, ponctuel et placé en son centre O .

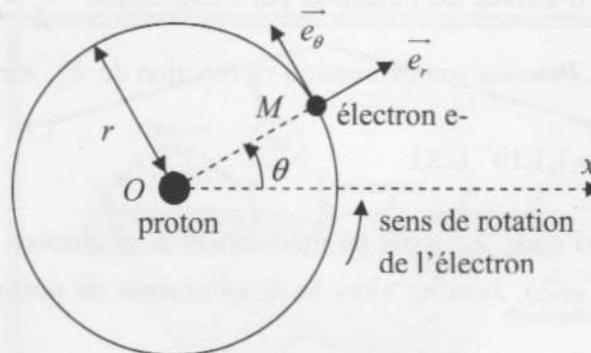


Figure 11 – Le modèle planétaire de l'atome d'hydrogène

Pour étudier le mouvement circulaire de l'électron, nous allons utiliser le repère polaire pour lequel, en un point M de la trajectoire décrite par l'électron, on associe deux vecteurs unitaires \vec{e}_r et \vec{e}_θ (**figure 11**). \vec{e}_r est le vecteur tangent à la trajectoire au point M et dirigé dans le sens du mouvement. La position de l'électron est repérée par le vecteur position $\overline{OM} = r \cdot \vec{e}_r$ et l'angle $\theta = (\overline{Ox}, \overline{OM})$.

Q31. Exprimer le vecteur vitesse \vec{v} de l'électron en fonction de e , m_e , ϵ_0 , r et d'un vecteur unitaire.

Q32. Exprimer l'énergie mécanique E de l'électron en fonction de sa quantité de mouvement p et de sa masse m_e . Commenter le signe de E .

Le premier postulat de *Bohr* reflète la quantification de la norme du moment cinétique L de l'électron par rapport au centre de l'atome : $L = n \cdot \hbar = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$. n est le nombre quantique principal, $n \in \mathbb{N}^*$. h est la constante de Planck. Ce postulat impose que l'électron ne peut se trouver que sur certaines orbites de rayon $r = r_0 \cdot n^2$ avec $r_0 \approx 0,5 \cdot 10^{-10}$ m.

Q33. Montrer qu'il implique également que l'électron qui se trouve sur une orbite de rayon r possède une énergie mécanique $E = -\frac{E_0}{n^2}$. Préciser l'expression de E_0 en fonction de ϵ_0 , h , m_e et e . Calculer, en électronvolt, la valeur de E_0 .

Q34. Que représente la valeur absolue de l'énergie $|E|$? Ces valeurs sont tabulées dans des tableaux à deux entrées : Z qui caractérise le nombre d'électrons de l'atome et n qui indique la couche sur laquelle est l'électron. À Z fixé, justifier l'évolution de $|E|$ en fonction de n .

Lorsqu'un électron va d'une couche externe vers une couche interne, on parle de réarrangement du cortège électronique ou de désexcitation et cela se traduit par l'émission d'un photon.

Q35. Montrer que la longueur d'onde du photon émis est liée aux nombres quantiques n_i et n_f des couches de départ et d'arrivée de l'électron par l'expression : $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left[\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right]$. R est la constante de Rydberg. Préciser son expression en fonction de E_0 , h et c . Indiquer son unité.

Pour la suite, on prendra $R = 1,1 \cdot 10^7$ U.S.I.

Q36. Calculer la longueur d'onde λ_α issue du mouvement d'un électron de la couche M ($n_i = 3$) vers la couche L ($n_f = 2$). Justifier alors la dénomination de postulat optique du deuxième postulat de Bohr.

Dans les calculs précédents, nous avons supposé que l'électron tourne autour du noyau immobile. Ceci serait vrai si la masse du noyau était infinie devant celle de l'électron. Cette hypothèse est valable en première approximation, mais lorsqu'on observe les spectres émis par plusieurs isotopes du même élément, on constate de légers écarts. Effectivement, en toute rigueur, ce n'est pas le noyau qui est fixe mais le centre de masse du système noyau – électron. Ainsi, les calculs faits s'appliquent au mouvement réduit, autour du centre de masse, d'une particule ayant la masse réduite $\mu = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{m_N}}$, avec m_N la masse du noyau concerné. L'énergie de l'électron dépend donc, en

partie, de la masse du noyau et peut être reliée aux calculs précédents en remplaçant la masse de l'électron par la masse réduite μ . Dans ce cadre, lorsque le noyau de l'atome d'hydrogène est un proton, son énergie mécanique est notée E_H . Lorsque le noyau est un noyau de deutérium, son énergie mécanique est notée E_D . Le deutérium est un noyau composé d'un proton et d'un neutron.

Q37. Montrer que, pour n fixé, $E_D - E_H \approx \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_d} \right) \cdot m_e \cdot E$ avec m_d la masse du noyau de deutérium. Évaluer, en électronvolt, $E_D - E_H$ pour $n = 1$.

Q38. Évaluer puis commenter l'écart relatif $\frac{\lambda_{\alpha,H} - \lambda_{\alpha,D}}{\lambda_{\alpha,H}}$ entre la longueur d'onde $\lambda_{\alpha,H}$ de la raie α de l'atome d'hydrogène lorsque le noyau est un proton et la longueur d'onde $\lambda_{\alpha,D}$ de la raie α lorsque le noyau de l'atome d'hydrogène est un noyau de deutérium.

Partie III – Procédé SILVA

Actuellement, l'industrie de l'enrichissement repose principalement sur le procédé de l'ultracentrifugation. Néanmoins, le CEA a travaillé sur la mise en œuvre d'un procédé qui repose sur l'ionisation sélective d'une vapeur atomique d'uranium en utilisant un laser. Ce procédé, SILVA (Séparation Isotopique par Laser sur Vapeur Atomique), nécessite un canon à électrons pour vaporiser un lingot d'uranium métallique contenu dans un creuset refroidi. La détente de la vapeur

s'effectue sous vide et les atomes d'uranium pénètrent dans la zone d'interaction avec le faisceau laser (zone d'ionisation). Les atomes, dont le noyau est de l'uranium 235, sont ionisés puis extraits par un champ électrique sur des plaques de recueil du produit riches polarisées négativement. La vapeur d'uranium appauvri continue son ascension jusqu'à un collecteur appelé toit pauvre. La **figure 12** en présente le principe.

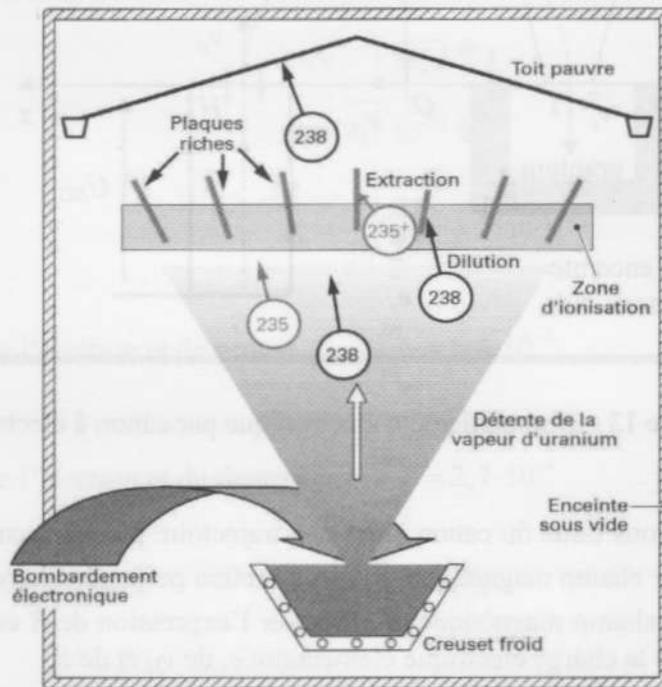


Figure 12 – Le principe du procédé SILVA

Source : *Techniques de l'ingénieur, BN 3601*

L'ionisation sélective des atomes d'uranium dont le noyau est de l'uranium 235 est possible car l'énergie de première ionisation de l'atome d'uranium dépend légèrement de son noyau. Ainsi, pour ioniser un atome d'uranium possédant un noyau d'uranium 235 il faut 6,180 eV, alors que pour un noyau d'uranium 238 il faut 6,194 eV.

On se place maintenant dans le référentiel du laboratoire muni d'un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ comme indiqué dans la **figure 13** de la page suivante.

On considère que nous sommes en régime permanent, que l'uranium métal est à sa température de vaporisation $T_{vap} = 3\,858\text{ K}$ et que l'on vaporise l'uranium avec un débit \dot{m} de 10 kg par heure. L'enthalpie massique de vaporisation de l'uranium vaut $l_v = 2,0\text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Le creuset froid est adiabatique et nous négligerons les interactions entre les électrons et la vapeur d'uranium.

Les électrons du canon à électrons sont générés en G avec une vitesse v_G nulle (**figure 13**, page suivante). Ces derniers sont accélérés entre G et H grâce à l'application d'une tension U_{HG} . Ils arrivent en H avec une vitesse v_H ($\vec{v}_H = v_H \cdot \vec{e}_y$) dans une zone où règne un champ magnétique permanent et stationnaire \vec{B} . Ils atteignent le creuset en I avec une vitesse v_I ($\vec{v}_I = -v_I \cdot \vec{e}_y$).

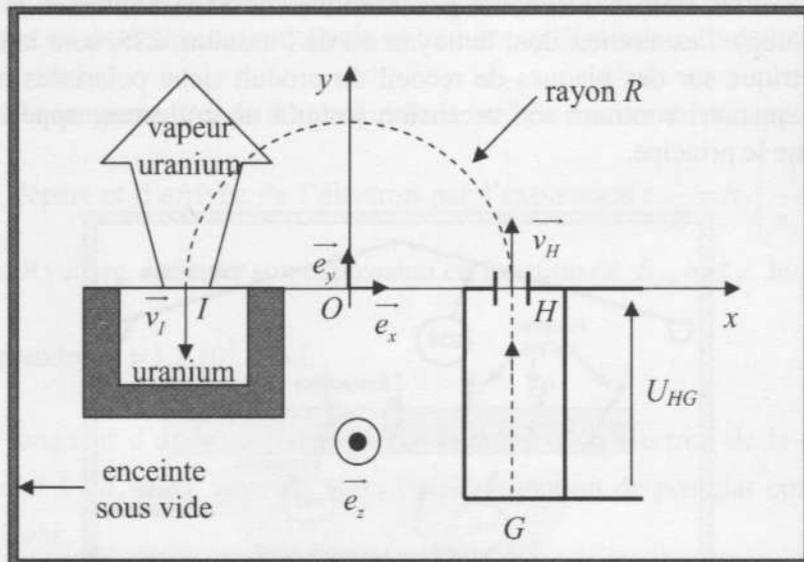


Figure 13 – Bombardement électronique par canon à électrons

- Q39.** Pour que les électrons issus du canon aient une trajectoire plane, circulaire de rayon R et de centre O , le vecteur champ magnétique \vec{B} a sa direction perpendiculaire au plan xOy . Justifier le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} . Préciser l'expression de R en fonction de la masse de l'électron m_e , de la charge électrique élémentaire e , de v_H et de B .
- Q40.** Évaluer la puissance P_e du canon à électrons. Justifier votre réponse.
- Q41.** Quelle est la longueur d'onde du laser ? À quelle partie du spectre électromagnétique cette longueur d'onde correspond-elle ?
- Q42.** C'est la finesse spectrale des lasers qui a permis d'imaginer ce procédé. Préciser ce que cela signifie.
- Q43.** Pourquoi a-t-on polarisé négativement les plaques de recueil de l'uranium 235 (figure 12, page précédente) ?

FIN