1) Analogies

1.1) Donner, en conduction thermique, les grandeurs analogues aux grandeurs électriques suivantes : potentiel V, intensité de courant I, résistance électrique R. Préciser leurs unités.

- En déduire un équivalent de la loi d'Ohm pour la conduction de la chaleur.
- Existe-t-il, en régime permanent, une loi de l'électricité analogue à la loi de Fourier pour la conduction thermique ?
- Les matériaux bons conducteurs de l'électricité sont-ils, en général, bons conducteurs de la chaleur, ou est-ce le contraire ? Proposer une explication.

1.2) Donner l'expression de la capacité thermique C_{th} d'un corps de masse m et de chaleur massique à pression constante c_p. Ecrire une loi de conduction équivalente à celle qui exprime, en électricité, le courant de charge dq/dt d'un condensateur portant la charge $q(t)$ en fonction de la dérivée du potentiel à ses bornes. Quelle grandeur thermique est-elle l'analogue de la charge électrique q emmagasinée dans ce condensateur ? Préciser les unités.

2) Mise en température d'une éprouvette

Une résistance électrique $r = 10$ ohms est incorporée dans la masse d'une éprouvette dont la capacité thermique est $C_{th} = 250$ J/K. Cette éprouvette est enfermée dans un boîtier depuis l'intérieur duquel on peut considérer qu'elle est en contact avec le milieu extérieur à travers une résistance thermique égale à $R_{th} = 8$ K/W. Le milieu extérieur étant à $\theta_{ext} = 20°C$, on veut porter l'éprouvette jusqu'à une température finale $\theta_\infty = 40°C$. Pour ce faire, on connecte la résistance électrique r à une source de tension de manière à dissiper dans l'éprouvette une puissance p. On supposera que la température $\theta(t)$ de l'éprouvette demeure uniforme dans toute sa masse.

2.1) Le schéma électrique proposé Figure 1 est l'image du système thermique étudié.

2.1.a) Préciser la valeur numérique et l'orientation de la fem du générateur équivalent de tension qui symbolise le milieu extérieur. *l'analogue de*

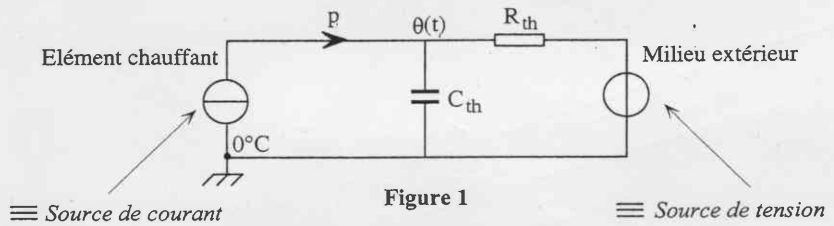


Figure 1

2.1.b) Quelle loi de Kirchhoff appliquée au *réseau électrique*, traduit-elle le bilan thermique du "*réseau thermique*" ?

2.1.c) Lorsque le régime permanent est atteint, expliquer pourquoi l'on peut faire abstraction de la capacité C_{th}. En déduire directement, en fonction de θ_{ext}, de θ_∞ et de R_{th} exclusivement, la puissance (flux) thermique p_∞ nécessaire au maintien de la température finale. En préciser la valeur numérique.

2.2) *Première méthode de chauffage*

La puissance thermique est maintenue constante, à la valeur p_∞ calculée précédemment.

2.2.a) A l'instant $t = 0$, on connecte la résistance électrique r sur une source de tension continue E_1. Quelle doit être la valeur de la tension E_1 pour que la résistance r dissipe cette puissance p_∞ ?

2.2.b) Afin d'étudier la montée en température de l'éprouvette sous l'action de ce chauffage, effectuer un bilan thermique pour celle-ci, entre les dates t et $t+dt$. En déduire l'équation différentielle régissant l'évolution de $\theta(t)$.

- Exprimer l'évolution de la température $\theta(t)$ de l'éprouvette en supposant sa température initiale égale à $\theta_o = \theta_{ext} = 20°C$, lorsque le chauffage est mis en route.

2.2.c) Evaluer, en fonction de la constante de temps τ du système, le temps t_r au bout duquel la variation de température depuis le début de la chauffe atteint 95 % de la valeur théorique nécessaire pour arriver au régime stationnaire.

- Calculer τ puis t_r.

CCP PC 07

1.1) $\Delta V = R I$

$\boxed{\Delta T = R_{th} \Phi \quad T \ t^{\circ} \text{ en K} \quad \Phi \text{ puissance en W donc } R_{th} \text{ résistance thermique en } K.W^{-1}}$

Régime permanent : $\boxed{\begin{array}{ll} \vec{j}_{th} = -\lambda \, \overrightarrow{grad} \, T & \text{Loi Fourier} \\ \vec{j} = -\sigma \, \overrightarrow{grad} \, V & \text{Loi d'Ohm} \end{array}}$

Les bons conducteurs de l'électricité sont aussi bons conducteurs de chaleur.

cf Wikipedia à conduction thermique : les phénomènes de conduction thermique et d'électricité font intervenir un même phénomène les phonons ou paquets d'onde de vibration des atomes. Les phonons freinent le courant électrique. Ils sont porteurs de chaleur.

1.2) $\boxed{C_{th} = m c_p}$

Elec $\boxed{i = C\dot{V}}$ ou $\dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dV}{dt}$ ou $\boxed{dq = C\,dV}$

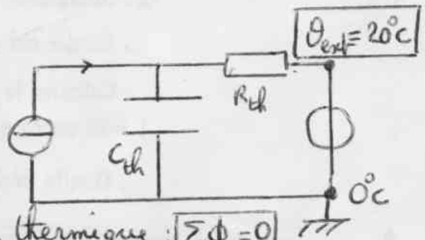
Thermique $\boxed{\delta Q = C_{th}\, dT}$ ou $\boxed{\Phi = \dfrac{\delta Q}{dt} = C_{th}\dot{T}}$

$\boxed{q \longleftrightarrow Q \text{ en J}}$ $\boxed{i \longleftrightarrow \Phi \text{ en W}}$

2.1. a) La résistance reçoit de la part de l'extérieur la puissance $\Phi_{ext} = \dfrac{\Delta T}{R_{th}}$

avec $\Delta T = \theta_{ext} - \theta$

le schéma proposé impose ainsi l'analogue suivant



2.1. b) Loi de Kirchhoff : loi des noeuds : $\Sigma i = 0 \rightarrow$ analogue en thermique : $\boxed{\Sigma \Phi = 0}$

2.1. c) Appliquée ici : $\boxed{p + \dfrac{\theta_{ext} - \theta}{R_{th}} = C_{th}\dfrac{d\theta}{dt}}$

Régime permanent : $\dfrac{d\theta}{dt} = 0$ donc C_{th} ne sert pas $\rightarrow \boxed{p_{\infty} = \dfrac{\theta_{\infty} - \theta_{ext}}{R_{th}}}$

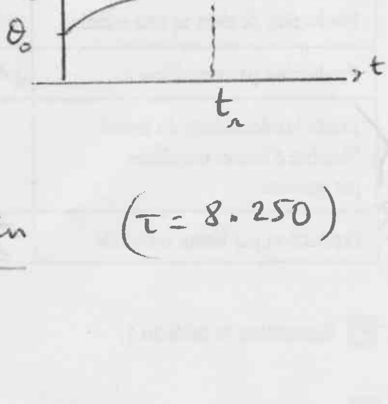
AN $p_{\infty} = \dfrac{40 - 20}{8} = 2{,}5 \text{ W}$

2.2. a) $p_{\infty} = \dfrac{E_1^2}{r} \rightarrow \boxed{E_1 = \sqrt{p_{\infty} r}}$ $\quad E_1 = \sqrt{2{,}5 \times 10} = 5 \text{ V}$

2.2. b) Reprendre 2.1.c) $p_{\infty} + \dfrac{\theta_{ext} - \theta}{R_{th}} = C_{th}\dfrac{d\theta}{dt} \longrightarrow \boxed{R_{th}C_{th}\dfrac{d\theta}{dt} + \theta - \theta_{\infty} = 0}$

$\theta = \theta_{\infty} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$ où $\boxed{\begin{array}{l} \tau = R_{th}C_{th} \\ \theta = \theta_{\infty} + (\theta_0 - \theta_{\infty}) e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array}}$

A $t = 0$ $\quad \theta = \theta_0$ $\quad$ d'où



2.2. c) On souhaite $\theta - \theta_0 = \dfrac{95}{100}(\theta_{\infty} - \theta_0)$

d'où $(\theta_{\infty} - \theta_0)(1 - e^{-\frac{t_r}{\tau}}) = \dfrac{95}{100}(\theta_{\infty} - \theta_0)$

$\longrightarrow \boxed{t_r = \tau \ln \dfrac{100}{5}}$ $\quad t_r = 5990 \text{ s} = 1^h 40 \text{ min}$ $\quad (\tau = 8 \cdot 250)$