

On considère des ondes sismiques, de comportement analogue aux ondes lumineuses. Leur propagation est rectiligne dans un milieu homogène et vérifie les lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction.

On assimile la séparation "croûte terrestre-manteau" à un dioptre plan. Dans la croûte terrestre la vitesse de propagation est notée  $v_c$ , dans le manteau,  $v_m$ .  $v_m > v_c$ .

On appelle indice du milieu,  $n_c = \frac{c_0}{v_c}$  pour la croûte,  $n_m = \frac{c_0}{v_m}$  pour le manteau.  $c_0$  est une vitesse de référence.

- 18) Donner les lois équivalentes aux lois de Descartes relatives à la réflexion. Faire un schéma explicite.
- 19) Donner les lois équivalentes aux lois de Descartes relatives à la réfraction. Faire un schéma explicite.
- 20) Montrer que, pour une onde incidente provenant de la croûte terrestre et faisant un angle d'incidence  $i_c$  avec la normale au dioptre, il existe un angle limite  $i_{c,l}$  au delà duquel la réfraction n'est plus possible. Exprimer  $i_{c,l}$  en fonction de  $v_c$  et  $v_m$ .

Lorsqu'un séisme a lieu, pour le seul type d'onde considéré, le sismographe enregistre 2 ou 3 signaux (Cf. Fig. 1) : une onde directe, une onde réfléchie et une onde nommée "conique", dont l'existence est discutée ci-dessous. L'onde conique frappe le dioptre avec l'angle limite  $i_{c,l}$ , se propage dans le manteau en rasant la surface de séparation puis ressort avec le même angle.

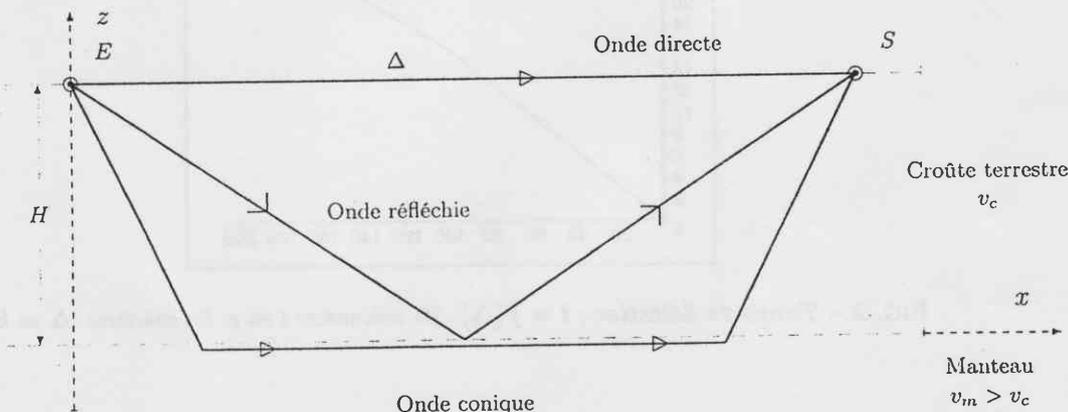


FIG. 1 - Schéma représentant les trajets des ondes directe, réfléchie et conique. E : épicentre du séisme, S : station sismique, H : épaisseur de la croûte terrestre.  $\Delta$  représente la distance entre E et S.

- 21) Déterminer la distance minimale  $\Delta_m$  entre l'épicentre et le sismographe, pour que l'onde conique puisse être détectée, en fonction de H,  $v_c$  et  $v_m$ ?
- 22) Le sismographe est placé à une distance  $\Delta > \Delta_m$ . Calculer les temps de parcours des 3 ondes, que l'on notera respectivement, pour les ondes directe, réfléchie et conique,  $t_D$ ,  $t_R$  et  $t_C$  en fonction de H,  $\Delta$ ,  $\Delta_m$ ,  $v_c$  et  $v_m$ .
- 23) Tracer sur un même graphe  $t_D$ ,  $t_R$  et  $t_C$  en fonction de  $\Delta$ . On précisera le comportement des courbes quand  $\Delta \gg H$ .
- 24) Déterminer la distance  $\Delta_i$  à partir de laquelle l'onde la plus rapide n'est plus l'onde directe.

- 25) Dans la cas où la station sismique est à une distance  $\Delta < \Delta_m$ , exprimer la profondeur de la croûte terrestre  $H$  en fonction de la durée  $\tau$  qui sépare l'arrivée d'une onde directe et d'une onde réfléchie.
- 26) Dans les Alpes, on a relevé une valeur de  $\tau = 3,91$  s, une distance épacentrale de  $\Delta = 105,5$  km. En déduire la profondeur  $H$ . La vitesse d'une onde dans la croûte terrestre, au niveau des Alpes, est de l'ordre de  $6,25 \text{ km.s}^{-1}$ .

Pour déterminer de façon plus précise la constitution du globe terrestre, les géophysiciens provoquent des explosions détectées par un réseau de stations sismiques. Ainsi, il est possible de relever le temps de détection le plus court (le moment des premières vibrations du sismographe) en fonction de  $\Delta$ . Le graphe obtenu est schématisé figure 2.

- 27) Comment interprétez-vous cette courbe par rapport au graphe obtenu en 23). Quelles ondes sont ainsi détectées?

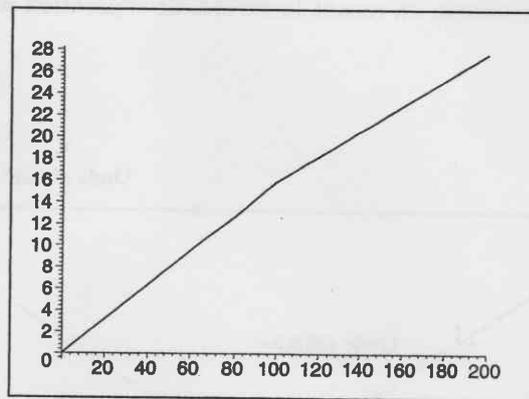
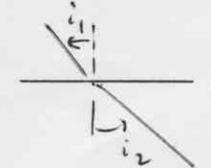


FIG. 2 - Temps de détection :  $t = f(\Delta)$ . En ordonnées :  $t$  en s. En abscisses :  $\Delta$  en km.

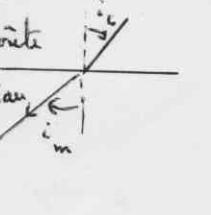
- 28) A partir de la figure 2, déterminer  $v_c$ ,  $v_m$ .
- 29) Toujours en exploitant la figure 2 et certains résultats des questions précédentes, déterminer numériquement  $H$  et  $\Delta_m$ .

# Ecole air PC 04

18)  réflexion  $i' = -i$

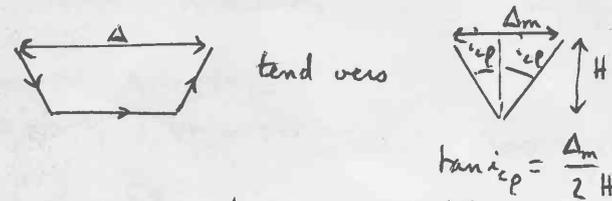
19)  réfraction  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Rays réfléchis et réfractés  $\in$  plan d'incidence

20)   $v_m > v_c \Rightarrow n_m < n_c$   
 $n_m \sin i_m = n_c \sin i_c$   
 $\sin i_m = \frac{n_c}{n_m} \sin i_c$

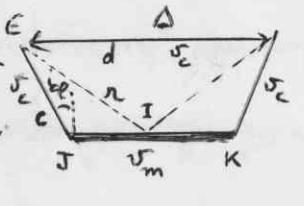
$$\sin i_m \leq 1 \Rightarrow \sin i_c \leq \frac{n_m}{n_c}$$

$$i_{cp} = \text{Arcsin} \frac{n_m}{n_c} = \text{arcsin} \frac{v_c}{v_m} \quad \sin i_{cp} = \frac{v_c}{v_m}$$

21)  tend vers  $\tan i_{cp} = \frac{\Delta_m}{2H}$

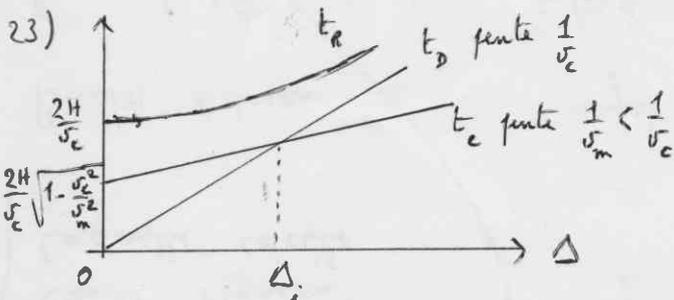
$$\text{donc } \Delta_m = 2H \tan i_{cp} = \frac{2H \sin i_{cp}}{\sqrt{1 - \sin^2 i_{cp}}}$$

$$\text{Comme } \sin i_{cp} = \frac{n_m}{n_c} = \frac{v_c}{v_m}, \quad \Delta_m = \frac{2H v_c}{\sqrt{v_m^2 - v_c^2}}$$

22)   $t_B = \frac{\Delta}{v_c}$   
 $t_R = \frac{2EI}{v_c} = \frac{2\sqrt{H^2 + (\frac{\Delta}{2})^2}}{v_c}$

$$t_c = \frac{2EJ}{v_c} + \frac{JK}{v_m} = 2 \frac{\Delta_m}{2 \sin i_{cp} v_c} + \frac{\Delta - \Delta_m}{v_m}$$

$$t_c = \frac{\Delta}{v_m} + \Delta_m \left( \frac{v_m}{v_c^2} - \frac{1}{v_m} \right) = \frac{2H}{v_c} \sqrt{1 - \frac{v_c^2}{v_m^2}} + \frac{\Delta}{v_m}$$



L'ordonnée à  $\Delta = 0$  de  $t_c$  est  $\Delta_m \left( \frac{v_m}{v_c^2} - \frac{1}{v_m} \right)$

En remplaçant  $\Delta_m$ , c'est aussi  $\frac{2H}{\sqrt{v_m^2 - v_c^2}} \left( \frac{v_m}{v_c} - \frac{v_c}{v_m} \right)$

ou encore  $\frac{2H}{v_c} \sqrt{1 - \frac{v_c^2}{v_m^2}}$ , soit  $\frac{2H}{v_c} \sqrt{1 - \frac{v_c^2}{v_m^2}} < \frac{2H}{v_c}$

$$\Delta \gg H \Rightarrow t_D = \frac{\Delta}{v_c} \quad t_R = \frac{\Delta}{v_c} = t_D \quad t_c = \frac{\Delta}{v_m}$$

24) L'onde directe n'est plus la plus rapide lorsque  $t_D \geq t_c$ . Cela correspond à  $\Delta_i$  point d'intersection des courbes  $t_D$  et  $t_c$ .

$$\frac{\Delta_i}{v_c} = \frac{2H}{v_c} \sqrt{1 - \frac{v_c^2}{v_m^2}} + \frac{\Delta_i}{v_m}$$

$$\text{Les calculs mènent à } \Delta_i = 2H \sqrt{\frac{v_m + v_c}{v_m - v_c}}$$

25)  $\tau = t_R - t_D$  (toujours  $> 0$ )

$$\tau = \frac{\sqrt{\Delta^2 + 4H^2}}{v_c} - \frac{\Delta}{v_c} \xrightarrow{\text{calculs}} H = \frac{1}{2} \sqrt{v_c \tau (v_c \tau + 2\Delta)}$$

26) AN:  $H = \frac{1}{2} \sqrt{6,25 \times 10^3 \times 3,9 (6,25 \times 10^3 \times 3,9 + 2 \times 105,5 \times 10^3)}$   
 $H = 37,9 \text{ km}$

27) On détecte d'abord l'onde directe (droite passant par l'origine) puis l'onde conique (droite de pente plus faible)

28) Le calcul de la pente de la droite passant par 0 donne  $\frac{1}{v_c} = \frac{16}{100}$  d'où  $v_c = 6,25 \text{ km.s}^{-1}$

L'autre droite a la pente  $\frac{1}{v_m} = \frac{28-16}{200-100} = \frac{12}{100}$   
 d'où  $v_m = 8,33 \text{ km.s}^{-1}$

29) Le point d'intersection est  $\Delta_i$ , lu à 100 km

$$\text{Or } \Delta_i = 2H \sqrt{\frac{v_m + v_c}{v_m - v_c}} \text{ donc } H = \frac{\Delta_i}{2\sqrt{\frac{v_m + v_c}{v_m - v_c}}} = \frac{100}{2\sqrt{\frac{8,33+6,25}{8,33-6,25}}}$$

$$H = 18,9 \text{ km}$$

$$\Delta_m = \frac{2H v_c}{\sqrt{v_m^2 - v_c^2}} = \frac{2 \times 18,9}{\sqrt{8,33^2 - 6,25^2}}$$

$$\Delta_m = 42,9 \text{ km}$$