Attention : n'utiliser l'opérateur $\left(\vec{v}.\overrightarrow{grad}\right)$ qu'en coordonnées **cartésiennes**. Si le sujet propose des coordonnées cylindriques ou sphériques, il faut se ramener à des coordonnées cartésiennes ou alors utiliser la formule $\left(\vec{v}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{v} = \overrightarrow{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{rot}\,\vec{v} \wedge \vec{v}$ et prendre le formulaire du gradient et du rotationnel dans ces coordonnées s'il est donné.
Pour s'en persuader prendre le contre-exemple suivant :
$\vec{v} = a(r\vec{e}_r + r\vec{e}_\theta) = a((x-y)\vec{e}_x + (x+y)\vec{e}_y)$ ce qui donne après calculs :
$(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v} = a^2(-2y\vec{e}_x + 2x\vec{e}_y)$ avec l'utilisation légitime des coordonnées cartésiennes.
Par contre une utilisation abusive d'une formule similaire en coordonnées cylindriques conduirait à : $a^2(r\vec{e}_r + r\vec{e}_\theta)$, ç-à-d à $a^2((x-y)\vec{e}_x + (x+y)\vec{e}_y)$ ce qui est différent.
Des calculs plus généraux montreraient que l'utilisation abusive du $(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}$ en coordonnées cylindriques conduit quand-même au bon résultat si la vitesse n'a pas de coordonnée orthoradiale. Pour de plus amples détails sur ces calculs, me demander.

La longueur caractéristique qui intervient dans le nombre de Reynolds est la dimension sur laquelle la vitesse du fluide varie . Par exemple si on envisage un écoulement dans un tuyau de longueur L de rayon R, d'axe z et que la vitesse de l'écoulement v_z dépend de la coordonnée radiale r, alors la longueur caractéristique est R et non L.

Si la dérivée partielle d'une fonction par rapport à z est égale à la dérivée partielle d'une autre fonction par rapport à r, on dit qu'elles sont toutes deux égales à une **constante** seulement si la **première ne dépend que de z et la deuxième ne dépend que de r**. Si cette dernière condition n'est pas vérifiée alors on ne peut rien dire. Ex où on a l'égalité des dérivées mais pas la condition pour dire que chaque fonction est une constante : f(r,z) = 3r +4z et g(r,z) = 4r -z

---

Ce n'est pas parce qu'un écoulement a lieu dans un cylindre **infini d'axe z** que la vitesse ne va pas dépendre de z (en évoquant une invariance selon z); il suffit qu'il y ait **une différence de pression selon z** pour **détruire l'invariance** et alors la vitesse dépend de z.

Y-a-t'il continuité de la pression à l'interface de deux milieux (comme par exemple eau d'un bassin et air au-dessus) ? Oui **si on néglige les effets de tension superficielle à la surface de séparation**. (De même qu'il existe une différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur d'un ballon de caoutchouc liée à la tension superficielle de l'enveloppe de caoutchouc issue des forces élastiques internes à la membrane). Remarquons que les forces de tension superficielle engendrent la forme **curviligne** de la surface de séparation ; si cette surface est **plate** alors il n'y a pas de force de tension superficielle et la pression est **continue**.

La force de viscosité n'est pas connue sur une paroi rigide. On ne dispose donc pas de condition limite sur la dérivée de la vitesse à la limite d'une paroi rigide. Dans ce cas, il faut intégrer à nouveau quitte à avoir deux constantes d'intégration qu'on déterminera ensuite par **deux** conditions limites sur la **vitesse**.

A propos du viscosimètre de Couette, (assemblage de deux cylindres coaxiaux de rayons différents entre lesquels circule un fluide dont on mesure la viscosité en faisant tourner le cylindre extérieur ce qui entraîne la rotation du cylindre intérieur par frottement visqueux) :

- La comparaison entre les viscosités **dynamiques** de l'eau et de l'air est effectuée en animant le cylindre extérieur d'une vitesse angulaire **constante**. La viscosité dynamique

η de l'eau étant environ 100 fois plus grande que celle de l'air, le cylindre intérieur tourne plus vite lorsque l'interstice est rempli avec de l'eau. (Résultat normal si on pense remplacer l'eau par du miel, ou carrément un solide entre les 2 cylindres auquel cas le cylindre intérieur tourne aussi vite que le cylindre extérieur).

- Mais ce qui est paradoxal *a priori*, c'est le comportement en **régime non-stationnaire**. Ce régime , accéléré ou décéléré, permet la comparaison entre les viscosités **cinématiques** de l'eau et de l'air. La viscosité cinématique ν , rapport de la viscosité dynamique à la masse volumique $\nu = \eta / \rho$, est maintenant plus grande pour l'air (environ 15 fois plus grande). Ainsi après un régime de rotation stationnaire, si le cylindre extérieur est arrêté subitement, le temps d'amortissement du cylindre intérieur est plus court avec l'air qu'avec l'eau. Ceci se comprend lorsqu'on pense , en plus de l'effet visqueux, à l'effet de l'**inertie** du fluide. Plus la masse volumique est élevée plus l'inertie est grande, plus le fluide met de temps à réagir, plus le temps d'amortissement est long. D'après les valeurs de masse volumique, l'eau est plus inerte que l'air donc le cylindre intérieur met plus **de temps** à **démarrer** ou à **s'arrêter** avec de l'eau qu'avec de l'air.
