Partie II

Émission ionique

2.1 Dans cette seconde partie, les champs électriques sont statiques. On considère un gaz ionisé, globalement neutre, constitué d'ions et d'électrons en nombres égaux. Pour les réacteurs utilisés dans les industries de microélectronique, le processus d'émission ionique entretenu est dominant. Dans ces réacteurs, les électrodes sont polarisées de manière à extraire un flux d'ions du gaz ionisé qui est ensuite accéléré dans une zone appelée gaine. La physique de cette zone est extrêmement complexe. Nous admettrons que la gaine ne contient que des ions qui s'écoulent entre une anode plane infinie située en $x = 0$, et une cathode plane infinie située en $x = D$ (figure 3). Ion de masse M.

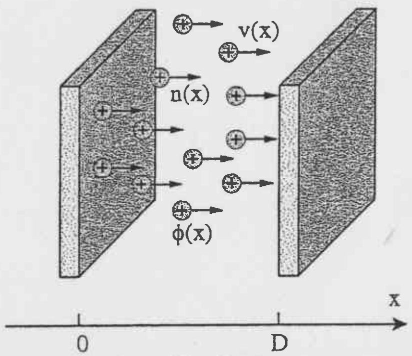

FIG. 3

Permittivité du vide :
$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ F.m^{-1}

Unité de masse atomique
$u = 1,66.10^{-27}$ kg

Cet écoulement ionique est uni-dimensionnel et stationnaire le long de x. Les ions sont décrits par leur densité $n(x)$ et leur vitesse $v(x)\vec{e}_x$. Soit $\phi(x)$ le potentiel électrostatique au point x. Les conditions aux limites de ce problème uni-dimensionnel sont, avec U positif :

$$\phi(0) = 0 \qquad \phi(D) = -U < 0 \quad , \quad v(0) = 0 \quad , \quad E(0) = 0$$

où E est le champ électrique.

Le courant ionique $\mathrm{J} = J\vec{e}_x$, avec $J = en(x)v(x)$, est constant et considéré comme une donnée du problème. Le but de l'étude est d'établir la caractéristique courant-tension $U(J, D)$ en fonction de l'épaisseur de la gaine D.

15 - Exprimer la vitesse d'un ion $v(x)$ en fonction du potentiel électrostatique $\phi(x)$. En déduire J en fonction de $n(x)$ et $\phi(x)$.

16 - Établir l'équation différentielle du deuxième ordre vérifiée par $\phi(x)$ faisant intervenir J.

17 - En déduire la relation entre $\phi' = \mathrm{d}\phi/\mathrm{d}x$ et ϕ. On prendra en compte les conditions aux limites et le fait que le potentiel est négatif et fonction décroissante de x.

18 - Montrer que le potentiel $\phi(x)$ est donné par $\phi(x) = \beta x^{4/3}$ où β est un coefficient que l'on exprimera en fonction de J, e, M et ε_0.

19 - En déduire la relation courant-tension dans la gaine en exprimant la différence de potentiel U en fonction du courant ionique J et des paramètres du problème.

20 - *Application numérique* : Une valeur typique de la densité de flux de particules est $J/e \simeq 10^{18}$ m^{-2} s^{-1} pour $U = 50$ V. Quelle est la valeur de D, l'épaisseur typique de ces gaines ioniques dans le cas d'ions $^{12}C^+$?

2.2 Le modèle précédent de gaine ionique est pertinent dans les réacteurs dits basse pression. Mais, pour les procédés de dépôts, il est nécessaire de travailler à plus haute pression et les collisions ioniques deviennent un phénomène dominant. La relation entre la vitesse des ions et le potentiel électrostatique, établie à la question 15, doit être remplacée par :

$$v(x) = \frac{e\tau}{M} E_x = -\frac{e\tau}{M}\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x}$$

où τ est le temps moyen entre collisions des ions. On considère donc le modèle précédent de gaine ainsi que des conditions aux limites semblables ; seule la relation entre vitesse et potentiel électrostatique est modifiée dans ce régime haute pression.

21 - Établir l'équation différentielle vérifiée par $\phi(x)$.

22 - Exprimer $\phi(x)$ en fonction de x.

23 - En déduire la nouvelle caractéristique courant-tension dans la gaine.

24 - *Application numérique* : Pour une densité de flux de 10^{18} m^{-2} s^{-1}, sachant que $\tau = 10^{-10}$ s et $U = 50$ V, quelle est la valeur typique de D dans le cas d'ions $^{12}C^+$?

X ΠP 04

15) • Accélération de charge par une ddp

TEC $\Delta E_c = -q\,\Delta\phi$

$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = -e\,(\phi(x) - 0) \longrightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{-2e}{M}\phi(x)}}$

• $J = nev \longrightarrow \boxed{J = ne\sqrt{\frac{-2e}{M}\phi}}$

16) • 2^e ordre : penser à l'équation de Poisson (valable en statique uniquement, ce qui est le cas ici) $\Delta\phi + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$

• "la gaine ne contient que des ions" : $\rho = ne$

$\longrightarrow \Delta\phi + \frac{ne}{\varepsilon_0} = 0$

• Coord. cartésiennes et $\phi(x)$: $\Delta\phi = \frac{d^2\phi}{dx^2}$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{M}{-2e\phi}} = 0}$$

17) • Multiplier par $\frac{d\phi}{dx}$ et intégrer

⚠ : $\frac{d\sqrt{-\phi}}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{-\phi}}$ $(\phi < 0)$

$\frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{2J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{M}{2e}}\sqrt{-\phi} = cte$

• C.L. $\begin{cases} E = -\frac{d\phi}{dx} & \text{or } E(0) = 0 \text{ donc } \phi'(0) = 0 \\ \phi(0) = 0 \end{cases}$

d'où $cte = 0$ et $\boxed{\phi'^2 = \frac{2J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2M}{e}}\sqrt{-\phi}}$

18) • On cherche $\phi = \beta x^{4/3}$

donc $\phi' = \frac{4}{3}\beta x^{1/3}$

et $\frac{16}{9}\beta^2 x^{2/3} = \frac{2J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2M}{e}}\sqrt{-\beta}\, x^{2/3}$

d'où $\boxed{\beta = -\frac{1}{2}\left(\frac{9J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2M}{e}}\right)^{2/3}}$

19) • $\phi(D) = -U$ donc $-U = -\frac{1}{2}\left(\frac{9J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2M}{e}}\right)^{2/3} D^{4/3}$

soit $\boxed{U = \frac{1}{2}\left(\frac{9J}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2M}{e}}\right)^{2/3} D^{4/3}}$

20) On déduit $D = (2U)^{3/4}\left(\frac{\varepsilon_0}{9J}\right)^{1/2}\left(\frac{e}{2M}\right)^{1/4}$

on connaît $\frac{J}{e}$ d'où

$$\boxed{D = (2U)^{3/4}\left(\frac{\varepsilon_0}{9}\frac{e}{J}\right)^{1/2}\frac{1}{(2eM)^{1/4}}}$$

AN : $D = (2\times 50)^{3/4}\left(\frac{8{,}85.10^{-12}}{9.10^{18}}\right)^{1/2}\frac{1}{(2\times 1{,}6.10^{-19}\times 1{,}66.10^{-27})^{1/4}}$

$D = 10^3 . \frac{10^{-6}}{10^9} . 10^{11}\left(\frac{8{,}85}{9}\right)^{1/2}\left(\frac{10^2}{2\times 1{,}6\times 1{,}66\times 12}\right)^{1/4}$

$\underline{D = 0{,}1 \text{ m}}$

21) • L'énoncé dit que les collisions entraînent la relation entre v et ϕ du 15) non valable. (En effet on n'a plus $\Delta E_c = -q\Delta\phi$ puisque des forces de collision seraient à prendre en compte dans le travail des forces)

• On a toujours l'équation de Poisson :

$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{ne}{\varepsilon_0} = 0$

• On a toujours $J = nev$ avec $J = cte$

• On a maintenant $v = -\frac{e\tau}{M}\phi'$

d'où $\boxed{\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{JM}{\varepsilon_0 e\tau\phi'} = 0}$ ou $\boxed{\phi'\phi'' = \frac{JM}{\varepsilon_0 e\tau}}$

22). Intégrons /x : $\frac{1}{2}\phi'^2 = \frac{JM}{\varepsilon_0 e\tau}x$ (+ cte)

. la constante d'intégration est nulle car $\phi'(0) = 0$ (puisque $E(0) = 0$)

donc $\phi' = -\sqrt{\frac{2JM}{\varepsilon_0 e\tau}}\sqrt{x}$ $\left(- \text{ car } \frac{d\phi}{dx} < 0\right)$

. Intégrons /x : $\boxed{\phi = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2JM}{\varepsilon_0 e\tau}}\, x^{3/2}}$ $(\phi(0) = 0)$

23) • $\phi(D) = -U$ donc $\boxed{U = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2JM}{\varepsilon_0 e\tau}}\, D^{3/2}}$

24) $\boxed{D = \left(\frac{3}{2}U\right)^{2/3}\left(\frac{\varepsilon_0 e\tau}{2JM}\right)^{1/3}}$

AN : $\underline{D} = \left(\frac{3}{2}\times 50\right)^{2/3}\left(\frac{8{,}85.10^{-12}.10^{-10}}{2\times 12\times 1{,}66.10^{-27}.10^{18}}\right)^{1/3} = \underline{5.10^{-4} \text{ m}}$