ENERGIE POTENTIELLE de PESANTEUR et d'ELASTICITE du RESSORT VERTICAL

Energie potentielle d'élasticité du ressort : $\boxed{E_{p\ élasticité} = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{vide}\right)^2}$

Energie potentielle d'élasticité **et** de pesanteur du ressort **vertical** : $\boxed{E_{p\ élasticité\ et\ pesanteur} = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{équilibre}\right)^2}$

Bien noter que l'élasticité **seule** fait apparaître l'allongement du ressort par rapport à sa position **à vide**, alors que l'élasticité **et** la pesanteur font apparaître l'allongement par rapport à la position **d'équilibre** .

D'où vient cette différence ?
Rappelons la définition d'une énergie potentielle : $dE_p = -\delta W_{\vec{f}}$
Appliquée à l'interaction ressort :
$dE_{p\ élasticité} = -\delta W_{\vec{T}} = kx'dx'$avec $\vec{T} = -kx'\vec{i}$ où $x' = l_{total} - l_{vide}$ mesure l'**allongement total** du ressort.
Si on remarque qu'à l'équilibre $\vec{T}_0 + \vec{P} = \vec{0}$, appliquée pour les deux interactions ressort et pesanteur : $dE_{p\ élasticité\ et\ pesanteur} = -\delta W_{\vec{T}+\vec{P}} = -\delta W_{\vec{T}-\vec{T}_0} = kxdx$ où il apparaît le supplément de tension **par rapport à l'équilibre** $\vec{T} - \vec{T}_0 = -kx\vec{i}$ où $x = l_{total} - l_{équilibre}$ mesure l'**allongement par rapport à l'équilibre**
Ainsi $E_{p\ élasticité} = \frac{1}{2}kx'^2 = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{vide}\right)^2$ et $E_{p\ élasticité\ et\ pesanteur} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{équilibre}\right)^2$

Si cela ne vous satisfait pas, le calcul qui suit montre comment en partant des deux formules connues de $E_{p\ élastique}$ et de $E_{p\ pesanteur}$ on aboutit à celle de $E_{p\ élastique\ et\ pesanteur}$:
Partons de $E_{p\ élasticité} = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{vide}\right)^2$ et de $E_{p\ pesanteur} = -mgz + C_1$ où z est choisi à partir de la position d'équilibre et dans le sens **descendant**, de sorte que $z = l_{total} - l_{équilibre}$. (*Rappelons que l'énergie potentielle est définie à une constante près et qu'on a le choix de l'origine*).

Alors $E_{p\ élasticité\ et\ pesanteur} = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{vide}\right)^2 - mg(l_{total} - l_{équilibre}) + C_1$
Or $l_{total} - l_{vide} = (l_{total} - l_{équilibre}) + (l_{équilibre} - l_{vide})$ La mise au carré va donc conduire à 3 termes :

- $\frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{équilibre}\right)^2$ qu'on conserve ainsi.
- $\frac{1}{2}k\left(l_{équilibre} - l_{vide}\right)^2$ qui est un terme qui ne varie pas pendant le mouvement du ressort et peut ainsi rentrer dans la constante C_1.
- $k(l_{total} - l_{équilibre})(l_{équilibre} - l_{vide})$. On s'aperçoit que ce terme peut se mettre en facteur avec $-mg(l_{total} - l_{équilibre})$; leur somme donne $(l_{total} - l_{équilibre})\left(k(l_{équilibre} - l_{vide}) - mg\right)$; on reconnaît dans la deuxième parenthèse la condition d'**équilibre** d'un ressort **vertical** $\sum \vec{f} = \vec{0}$.

Il reste finalement $E_{p\ élasticité\ et\ pesanteur} = \frac{1}{2}k\left(l_{total} - l_{équilibre}\right)^2 + C_2$
Il suffit de choisir l'origine de l'énergie potentielle d'élasticité et de pesanteur lorsque $l_{total} = l_{équilibre}$ ç-à-d à la position d'équilibre et on obtient la relation encadrée ci-dessus.