

CCP PC17

- 1). 80 cm^3 sang à chaque battement] énoncé
 . 1 battement chaque seconde

Donc $V_{\text{sang}/\text{minute}} = 80 \times 60 = 4800 \text{ cm}^3/\text{minute} = 4,8 \text{ L}/\text{minute}$

Cela correspond à presque 5 L qui est le contenu du corps en sang.
 Donc en une minute, tout le sang est passé par le cœur.

- 2) Énoncé : "le côté droit a une puissance de 0,2 W"
 "le côté gauche injecte 80 cm^3 à la pression 16 hPa"
 à chaque battement
 "1 battement dure 1 s"

$$\rightarrow | \delta W | = \delta V = 16 \times 10^3 \times 80 \times 10^{-6} = 1,28 \text{ J}$$

$$P_{\text{gauche}} = \frac{| \delta W |}{\Delta t} = \frac{1,28}{1 \text{ batt}} = 1,28 \text{ W}$$

$$\text{D'où } P_{\text{droit}} + P_{\text{gauche}} = 0,2 + 1,28 \text{ W} = 1,48 \text{ W}$$

$$\text{d'où } P_{\text{Totale, massique}} = \frac{P_{\text{droit}} + P_{\text{gauche}}}{M_{\text{coeur}}} = \frac{1,48}{0,3} = 5 \text{ W/kg (OK)}$$

- 3) les 90% restants alimentent le muscle, permettent le maintien en t° du corps.

$$\text{Fig 2} \rightarrow \log N = A \log a + 10 \text{ avec } A = -\frac{10}{3,7}$$

$$\rightarrow N = 10^{\frac{10}{3,7} - 2,7} \text{ où } a \text{ en } \mu\text{m}$$

- 5) Le sang est expulsé par l'artère aorte à raison de $80 \text{ cm}^3/\text{s}$
 L'artère aorte a un diamètre $2a = 10 \text{ mm}$ et il y en a 1.

$$\text{on a donc débit volumique } = D_v = 80 \text{ cm}^3/\text{s} \left\{ \Rightarrow v = \frac{D_v}{\pi a^2} \right.$$

$$\text{On } D_v = v \pi a^2$$

$$\text{AN: } v = \frac{80}{\pi \times 0,5^2} = 100 \text{ cm/s} = \underline{1 \text{ m/s}}$$

6) c'est le fonctionnement du cœur qui par ses battements donne des variations de pression dans les vaisseaux (2)

7) $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$: terme lié à l'accélération locale

$\rho (\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}}) \vec{v}$: terme lié à l'accélération convective

$-\vec{\text{grad}} p$: force volumique de pression

$\gamma \vec{D} \vec{v}$: force volumique de viscosité

\vec{f}_{vol} : autre type de force volumique

8) Ecoulement lamininaire si $R_e \ll 1$ (ou 2000 selon les auteurs)

Nombre de Reynolds

$R_e = \frac{\rho L v^5}{\eta}$ où la longueur caractéristique est le diamètre $2a$.

(ou 6 rayon a)

$$R_e = \frac{\rho a v^5}{\eta} = \frac{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{10^{-3}} \sim 10^4 \gg 1$$

L'écoulement du sang dans l'aorte n'est pas lamininaire

9) A grand nombre de Reynolds, le terme convectif l'emporte sur celui de la viscosité mais il s'agit quid-visc de Poiseuille

$$\text{d'où } \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}}) \vec{v} \right) \vec{f}_{\text{vol}} - \vec{\text{grad}} p + \gamma \vec{D} \vec{v} \xrightarrow{\text{à garder}}$$

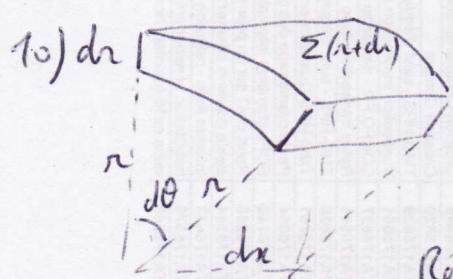
Enoncé "écoulement stationnaire" $\rightarrow \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$

" $v(x)$ est" et "incompressible" $\left\{ \begin{array}{l} D_v \text{ constant ou } \text{div} \vec{v} = 0 \\ v \text{ indépendant de } x \end{array} \right.$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}}) \vec{v} = v \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\text{Il reste } \boxed{\vec{0} = -\vec{\text{grad}} p + \gamma \vec{D} \vec{v}}$$

(" \vec{f}_{vol} pesanteur négligée")



$$d\vec{F}_+ = \gamma \left(\frac{dv}{dr} \right)_{r+dr} \sum_{r+dr} \cdot \vec{e}_x \quad \text{avec } \sum_{r+dr} = dx (r+dr) d\theta$$

$$d\vec{F}_- = -\gamma \left(\frac{dv}{dr} \right)_r \sum_r \cdot \vec{e}_x \quad \text{avec } \sum_r = dx r d\theta$$

$$\text{Résultante } d\vec{F}_{\text{visc}} = d\vec{F}_+ + d\vec{F}_- = \gamma \left[\left(\frac{dv}{dr} \right)_{r+dr} (r+dr) - \left(\frac{dv}{dr} \right)_r r \right] dx d\theta \vec{e}_x$$

$$\text{d'où } \boxed{d\vec{F}_{\text{visc}} = \gamma \left(\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \right) dx d\theta \vec{e}_x} \quad (\text{OK})$$

Le volume considéré fait $dr r d\theta dx$ d'où

$$\boxed{F_{r,visc} = \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \vec{e}_x}$$

11) Par symétrie de révolution cylindrique, la pression ne dépend pas de θ .

Projection de Navier-Stokes sur \hat{e}_x : $0 = -\frac{df}{dx} + \frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dv}{dr})$

$$(\gamma \Delta f = f_{v, \text{visc}}) \quad (\vec{v} \parallel \hat{e}_x)$$

$$\text{d'où } \frac{df}{dx} = \frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dv}{dr})$$

$$\text{Si on projette selon } \hat{e}_r : 0 = -\frac{df}{dr} + 0 \quad (\vec{v} \parallel \hat{e}_x)$$

donc f ne dépend pas de r

Finalement f dépend uniquement de x

Or v dépend uniquement de r

L'égalité $\frac{df}{dx} = \frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dv}{dr})$ implique que $\frac{df}{dx} = \frac{d}{dr} (r \frac{dv}{dr}) = C$

fonction de x fonction de r

$$\text{d'où } f = Cx + D$$

Avec les conditions limites données f_A en $x=0$ et f_B en L on trouve

$$\boxed{f = f_A - (f_A - f_B) \frac{x}{L}} \quad (\text{OK})$$

Du coup $C = -\frac{f_A - f_B}{L}$ et $\frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dv}{dr}) = C$ s'intègre en :

$$r \frac{dv}{dr} = \frac{C r^2}{\gamma} \quad (\text{pas de constante ici car pour } r=0 \\ \text{ça marche sachant que } \frac{dv}{dr} \xrightarrow[r \rightarrow 0]{} 0)$$

$$\text{soit } \frac{dv}{dr} = \frac{Cr}{\gamma}$$

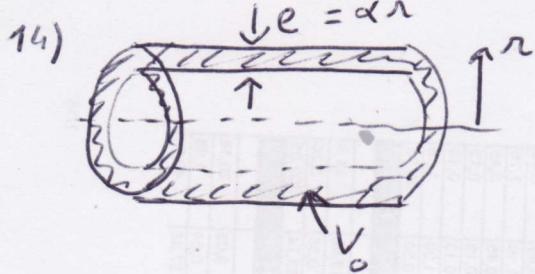
Intégrer $v = \frac{C}{4\gamma} r^2 + D$ avec condition aux limites (par viscosité) $v=0$ en $r=a$.

$$\text{d'où } v = \frac{C}{4\gamma} (r^2 - a^2) \Rightarrow \boxed{v = \frac{f_A - f_B}{4\gamma L} (a^2 - r^2)} \quad (\text{OK})$$

$$12) D_v = \int_a^r v 2\pi r dr = \frac{f_A - f_B}{4\gamma L} \left[a^2 \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{4} \right] = \frac{(f_A - f_B) a^4}{16\gamma L}$$

$$\text{Elec: } V_A - V_B = RI \quad \text{ssi } f_A - f_B = R_H D_v \quad \text{d'où } \boxed{R_H = \frac{8\gamma L}{\pi a^4}} \quad (\text{OK})$$

3) Enoncé : " $R_{\text{tot}} = \frac{8\gamma}{\pi} \left(\frac{L_a}{N_a a^4} + \frac{L_c}{N_c c^4} \right)$ " ; les résistances s'ajoutent le cas où elles sont parcourues par l'intensité en élec. donc en série le même débit l'équivalent de



$$V_0 = \alpha [r_a^2 N_a L_a + r_c^2 N_c L_c] \times 2\pi \quad (4)$$

Enoncé: V_0 minimal $\Rightarrow dV_0 = 0$

$$\Rightarrow r_a dr_a N_a L_a + r_c dr_c N_c L_c = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dr_c}{dr_a} = -\frac{r_a N_a L_a}{r_c N_c L_c}}$$

15) Enoncé $R_{\text{Tot}} = \frac{82}{\pi} \left[\frac{L_a}{N_a r_a^4} + \frac{L_c}{N_c r_c^4} \right]$ et R_{Tot} minimale $\Rightarrow dR_{\text{Tot}} = 0$

Toujours à L_a, L_c, N_a, N_c constantes, $-\frac{4 dr_a}{r_a^5} \frac{L_a}{N_a} - \frac{4 dr_c}{r_c^5} \frac{L_c}{N_c} = 0$
d'où $\boxed{\frac{dr_c}{dr_a} = -\frac{L_a}{L_c} \frac{N_c}{N_a} \frac{r_c^5}{r_a^5}}$

Combiné avec 14) $\frac{L_a}{L_c} \frac{N_c}{N_a} \frac{r_c^5}{r_a^5} = \frac{N_a}{N_c} \frac{L_a r_a}{L_c r_c} \rightarrow \boxed{\left(\frac{N_c}{N_a}\right) \left(\frac{r_c}{r_a}\right)^3 = 1}$

16) La loi de Murray du 4) s'écrit $N = 10^{10} r^{-2,7}$

a qui correspond à un écart (petit) à la loi de Murray du 15)
étant donné que $3 \approx 2,7$

Le petit écart pourrait être dû aux hypothèses simplificatrices
du modèle théorique :

- le fait d'avoir négligé la pesanteur
- l'élasticité des vaisseaux
- de ne pas avoir tenu compte du caractère non Newtonien
du caractère non lamininaire ($Re \gg 1$)

Le rapport de la même formule

(8) Euler $P \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + (\tilde{v} \cdot \text{grad}) \tilde{v} \right) = -\text{grad} p$
 pesanteur négligée
 ↓ ordre 1 ↓ ordre 2
 on néglige l'ordre 2/ordre 1 $\rightarrow P_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x}$

(9) Bilan de masse: $\tilde{\delta}_m^e - \tilde{\delta}_m = dm$
 $\frac{d}{dt} \left[(\rho A \tilde{v})_x - (\rho A \tilde{v})_{x+dx} \right] = \frac{\partial (\rho A dx)}{\partial t}$
 $- \frac{\partial (\rho A \tilde{v})}{\partial x} dx dt = \frac{\partial (\rho A dx)}{\partial t}$
 $- \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho_0 + \tilde{\rho})(A_0 + \tilde{A}) \tilde{v} \right] dx dt = dx \frac{\partial}{\partial t} \left[(\rho_0 + \tilde{\rho})(A_0 + \tilde{A}) \right] dt$
 $- \rho_0 A_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + A_0 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}$ unigt termes d'ordre 1
 $\rightarrow \boxed{\rho_0 A_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + A_0 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = 0} \quad (\text{OK})$
 Diviser par $\rho_0 A_0$: $-\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{1}{A_0} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}$

21) Combiner $\frac{\partial}{\partial x}$ (18) et $\frac{\partial}{\partial t}$ (19)

$$\begin{aligned} P_0 \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x \partial t} &= -\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} \\ -\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t \partial x} &= (D + X_s) \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} \end{aligned} \quad \left\{ \Rightarrow \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} - (D + X_s) \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} = 0 \right.$$

D'Alembert

$$c = \frac{1}{\sqrt{(D + X_s) \rho_0}}$$

Solution $\tilde{f} = f(x - ct) + g(x + ct)$
 Fourier $\tilde{f} = \sum f_n \cos(\omega t - k_n x + \varphi)$

Incompressibilité $\Rightarrow X_s = 0 \rightarrow c_{\text{incomp}} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 D}}$

AN $c_{\text{incomp}} = \frac{1}{\sqrt{10^3 \cdot D}} = \frac{1 \text{ m/s}}{\text{énoncé}}$ valeur effectivement connue du sang
 \downarrow
 $(D = 10^{-\frac{3}{2}} \text{ Pa}^{-1})$

22) Le gel sert d'adaptateur d'impédance acoustique et minimise les réflexions non souhaitées de l'onde sonore sur la peau.
(Il faut que l'onde pénètre le corps)

23) \vec{h} a la direction de propagation de l'onde sonore

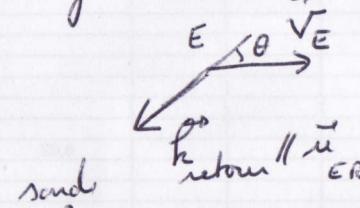
$$|\vec{h}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi \times 4 \times 10^6}{1,5 \cdot 10^3} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

24) Le récepteur est mobile (globule)

$$f' = f \left(1 - \frac{\vec{h} \cdot \vec{v}}{|\vec{h}| c} \right) = f \left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)$$

Au retour, l'émetteur (globule) est mobile

$$f'' = f' \frac{1}{1 - \frac{v_{ER} \cdot \vec{v}_E}{c}}$$



$$f'' = f' \frac{1}{1 + \frac{v \cos \theta}{c}} \quad \text{sans d.l. : } f'' = f \frac{\left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)}{\left(1 + \frac{v \cos \theta}{c} \right)}$$

d'après 1 $f'' \approx f' \left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)$

d'où $f'' = f \left(1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)^2 = f \left(1 - \frac{2v \cos \theta}{c} \right)$

$$V = \frac{c}{2 \cos \theta} f (f - f'')$$

$$26) \Delta f = - \frac{2V \cos \theta f}{c} = - \frac{2 \times 1 \times \cos 45 \cdot 4 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^3}$$

$$\Delta f = -3,8 \text{ kHz} \quad \text{jan. } V = 1 \text{ m.s}^{-1} \text{ (aorte)}$$

$$\Delta f = -3,8 \text{ Hz} \quad \text{jan. } V = 10^{-3} \text{ m.s}^{-1} \text{ (capillaire)}$$

Multiplier les signaux émis à f reçus à f'' (proche de f)

f \times signal comportant le spectre

$$\frac{f-f''=1\Delta f}{T.B.F} \quad \frac{f+f'' \approx 2f}{T.H.F}$$

Filtrer par un pass-bas couvrant $2f$ mais pas f
soit dans ce cas fréquence $\approx 10000 \text{ Hz}$

27) Objet s'éloignant $\Rightarrow f'_{\text{recu}} < f_{\text{emis}}$
 $\Rightarrow \lambda'_{\text{recu}} > \lambda_{\text{emis}}$

C'est le "redshift" des étoiles ou décalage vers le rouge.

Donc ici la couleur choisie bleue va à l'encontre de l'observation pour les étoiles.

28) Le cœur doit forcer (fatigue) en battant vite