Première Partie : Spectroscope à prisme.
(20 % du barème de ce problème)

Un spectroscope est un appareil destiné à étudier le spectre d'une source lumineuse. Un collimateur permet de réaliser un faisceau de rayons parallèles qui va éclairer un prisme. Un viseur permet ensuite d'étudier la lumière ayant traversé le prisme.

Le prisme utilisé est caractérisé par un indice n qui dépend de la longueur d'onde. Sa section droite est un triangle d'angle A. Le prisme est placé dans l'air dont l'indice sera pris égal à 1. Un rayon incident rencontre la face d'entrée au point I sous l'angle d'incidence i et l'émergent associé ressort par l'autre face au point J sous l'angle i'. On utilisera les angles orientés définis sur la figure suivante :

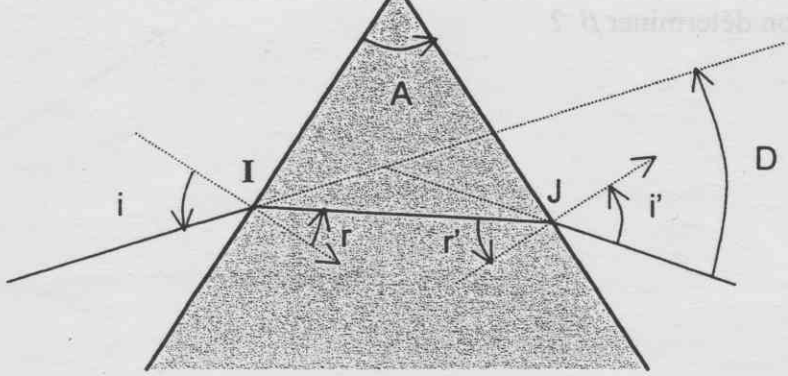


Figure 1

La convention de signe pour les angles est trigonométrique.

On suppose d'abord la lumière monochromatique et l'indice du prisme égal à n.

1.1.1. Rappeler les lois de DESCARTES pour la réflexion et la réfraction. En déduire des relations sur les angles i et r en I, puis sur les angles r' et i' en J. On suppose que le prisme permet l'existence du rayon émergent et on néglige, dans la suite, toute réflexion. Trouver une relation simple entre r, r' et A.

1.1.2. Etablir la relation : D = i + i' - A .
En appliquant le principe du retour inverse de la lumière, montrer que, pour une valeur de D possible donnée, il existe deux couples de solutions (i, i'). En déduire l'égalité de i et de i' lorsque D passe par un minimum (supposé unique).

1.1.3. Déterminer la valeur i_0 de i correspondant au minimum de déviation en fonction de n et de A. Etablir une relation entre n, l'angle A et la déviation minimale D_m .

1.1.4. En déduire que l'indice n, les angles A et D_m vérifient une relation du type

$$n = \frac{f\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{f\left(\frac{A}{2}\right)}$$

, où f est une fonction que l'on précisera.

1.2.1. On éclaire le prisme avec une lampe à vapeur de mercure, pour laquelle on a mesuré D_m pour différentes longueurs d'onde et obtenu les valeurs de n correspondantes :

λ (μm)	0,4047	0,4358	0,4916	0,5461	0,5770
n	1,803	1,791	1,774	1,762	1,757
$1/\lambda^2$ (μm^{-2})	6,11	5,27	4,14	3,35	3,00

Montrer que n peut se mettre sous la forme $n = a + b / \lambda^2$ où a et b sont des constantes. Est-ce que le prisme est dispersif et pourquoi ?

1.2.2. Pour une lampe à vapeur de cadmium, on mesure un indice égal à n = 1,777 . En déduire la longueur d'onde et donner la couleur correspondante.

Banque PT 05

1.1.1.  Rayons incident et réfléchi / réfracté contenus ds le m̂ plan. $i' = i$; $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

$\rightarrow$ $\boxed{\sin i = n \sin r}$ et $\boxed{n \sin r' = \sin i'}$

Σ angles triangle $= \pi \Rightarrow A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi$

$\Rightarrow \boxed{A = r + r'}$

1.1.2. 

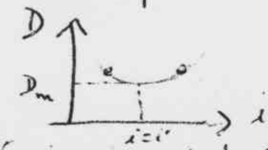
Déviation à la 1ère réfraction : $D_1 = i - r$

2è : $D_2 = i' - r'$

Déviation totale $D = D_1 + D_2 = i + i' - (r + r')$

$\rightarrow \boxed{D = i + i' - A}$

- $i \longmapsto i'$ donc par retour inverse de la lumière $i' \longmapsto i$
- Comme $D = i + i' - A$ on aura encore $D = i' + i - A$ identique

donc (i, i') et (i', i) donnent la m̂ déviation $\Rightarrow$ 

La fonction D est continue

En admettant qu'il n'y a qu'1 seul extremum (supposé minimum) de D celui-ci correspondra ainsi à une unique valeur d'angle d'incidence qui correspondra à $i' = i$

On peut aussi raisonner par symétrie ; si l'angle de déviation minimale correspond à 1 seul angle d'incidence possible, c'est que (par retour inverse de la lumière) $\boxed{i' = i}$

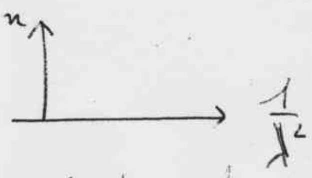
1.1.3. $\rightarrow D_m = 2 i_0 - A \rightarrow \boxed{i_0 = \frac{D_m + A}{2}}$

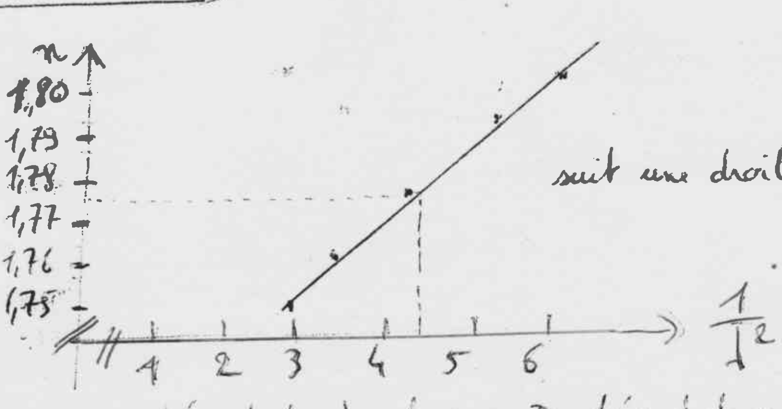
$\rightarrow A = 2 r_0$

$\rightarrow \sin i_0 = n \sin r_0$ $\Big\} \Rightarrow \boxed{\sin i_0 = n \sin \frac{A}{2}}$

$\Big\} \Rightarrow \boxed{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin \frac{A}{2}}$

1.1.4. $\rightarrow \boxed{n = \dfrac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}}$

1.2.1. Tracer 



suit une droite

Le prisme est dispersif puisque n dépend de λ et que D_m dépend de n

1.2.2. $n = 1{,}777 \Rightarrow \lambda = 0{,}4788\ \mu m$ (bleu vert)

(Régression linéaire donne : $n = 1{,}712 + \frac{0{,}0149}{\lambda^2}$)