L'utilisation des calculatrices est autorisée. Les deux problèmes sont indépendants.
Leur poids est approximativement 55% pour le premier et 45% pour le second.

***

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

***

PROBLEME I : FILTRAGE OPTIQUE - EFFETS CHROMATIQUES

L'observation d'un objet exposé à la lumière du jour est révélatrice d'une multitude de phénomènes physiques liés aux propriétés intrinsèques de la matière qui le constitue, conjointement à son état de surface et à sa géométrie.
En particulier, la redistribution de la lumière incidente après absorption sélective ou diffusion sélective, la dispersion ou encore le filtrage interférentiel peuvent générer des effets de couleurs liés aux bandes passantes du système optique.
Le présent problème, qui se compose de trois parties indépendantes, porte l'accent sur quelques exemples choisis afin d'illustrer tour à tour chacun des phénomènes cités.

A) Redistribution sélective de la lumière par la matière.

Lors de l'impact de la lumière sur un objet quelconque, on peut considérer globalement qu'une unité de puissance du rayonnement incident se divise en quatre fractions dépendant en général de la longueur d'onde λ : $R(\lambda)$ par réflexion spéculaire (comme sur un miroir), $D(\lambda)$ par réflexion diffuse (diffusion), $A(\lambda)$ par absorption et $T(\lambda)$ par transmission, de sorte que :

$$R(\lambda) + D(\lambda) + A(\lambda) + T(\lambda) = 1$$

- La partie absorbée est en général convertie sous une forme d'énergie non visible : thermique, électrique, chimique, biologique ; chez les végétaux, elle actionne le processus de photosynthèse.

Tournez la page S.V.P.

A.1. - Une bonne réflexion spéculaire nécessite un bon poli optique. En estimant que pour réaliser un tel poli, les aspérités superficielles doivent être, pour le moins, inférieures au dixième de la longueur d'onde la plus courte, quelle doit être - dans le domaine visible - la dimension maximale de ces aspérités ?

A.2. - Quel est l'aspect visuel d'un objet parfaitement absorbant pour toutes les longueurs d'onde ? Une plante verte utilise-t-elle l'intégralité des radiations vertes dans son développement ?

A.3. - Un tissu bleu est examiné à la lumière d'un néon ne contenant pas de radiations bleues. Décrire son apparence visuelle. Justifier la réponse.

A.4. - Le modèle de l'électron élastiquement lié, excité par une onde lumineuse plane, progressive, harmonique, appliqué aux particules présentes dans l'atmosphère terrestre, permet de montrer que le flux lumineux diffusé est proportionnel à la puissance quatre de la fréquence de l'onde. Expliquer alors la couleur bleue du ciel et la couleur rouge du soleil couchant.
- Quel est l'aspect visuel du ciel, observé hors atmosphère, à bord d'un satellite ?

B) Dispersion de la lumière solaire lors d'un arc-en-ciel

B.1. - Préciser exactement ce que l'on entend par dispersion.

B.2. - Questions préliminaires.
a) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction d'un rayon lumineux passant de l'air (milieu d'indice unité) vers un milieu d'indice n. On fera un schéma en notant i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction. Exprimer la dérivée dr/di exclusivement en fonction de l'indice n et du sinus (*sin* i) de l'angle d'incidence.
b) Exprimer, en fonction de i et de r, la valeur de la déviation du rayon lumineux, définie par l'angle entre la direction incidente et la direction émergente, orientées dans le sens de propagation.
c) Exprimer aussi, à l'appui d'un schéma, la déviation d'un rayon lumineux dans le cas d'une réflexion.

Dans l'ensemble de ce problème, tous les angles seront considérés en valeur arithmétique, c'est-à-dire réels positifs. Leurs valeurs numériques seront à exprimer obligatoirement en degrés décimaux.

B.3. - Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux.
Dans tout ce qui suit, on considérera que l'observation est faite par un œil accommodant à l'infini, c'est-à-dire assimilable à une lentille convergente (cristallin) capable de focaliser sur un écran (rétine) tout faisceau de lumière parallèle issu d'une goutte d'eau.

On recherche, dans un premier temps, les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau de lumière parallèle. Pour cela on fait intervenir l'angle de déviation D de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle de déviation D est une fonction de l'angle d'incidence i. Exprimer la condition de parallélisme des rayons émergents en la traduisant mathématiquement au moyen de la dérivée dD/di.

B.4. - Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre O et de rayon R, est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90°. Son indice, pour une radiation donnée, sera noté n tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité.

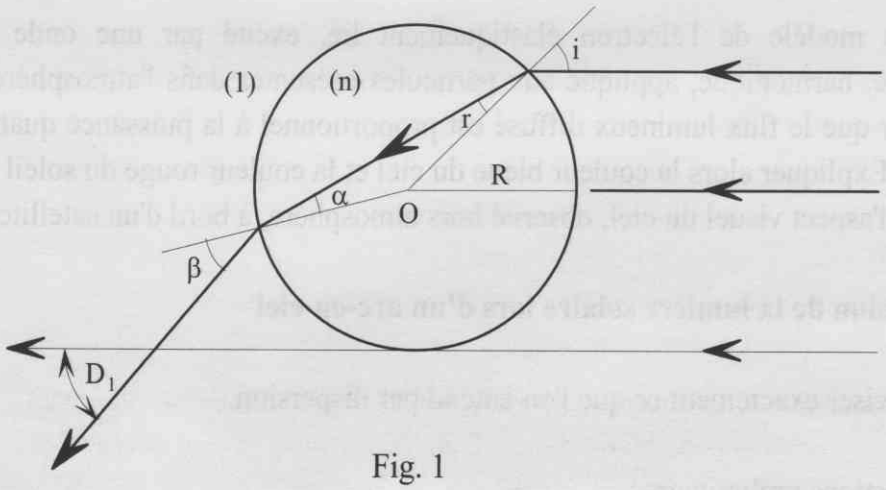


Fig. 1

Dans chacun des trois cas suivants,

B.4.1. - Lumière directement transmise (Figure 1),

B.4.2. - Lumière transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte (Figure 2),

B.4.3. - Lumière transmise après deux réflexions partielles à l'intérieur de la goutte (Figure 3),

répondre successivement aux questions a, b, c, ci-après :

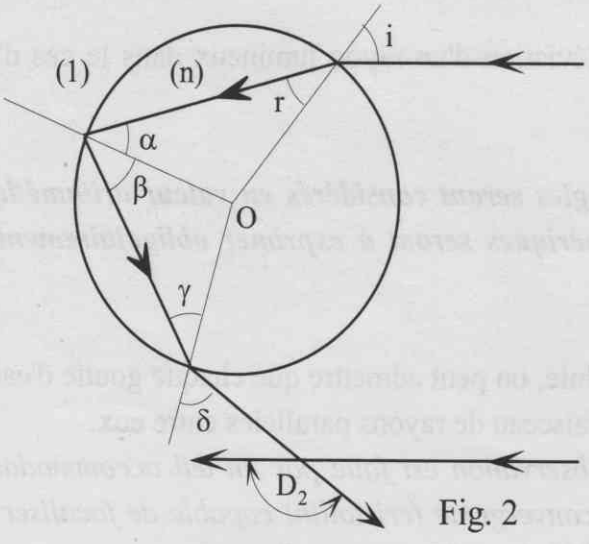


Fig. 2

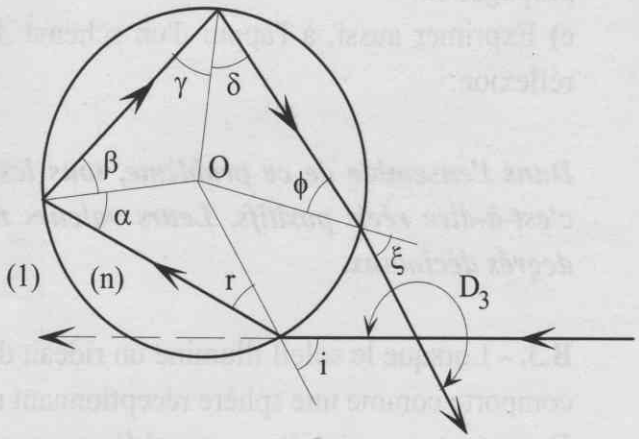


Fig. 3

Tournez la page S.V.P.

a) - Exprimer en fonction de l'angle d'incidence i ou de l'angle de réfraction r, tous les angles marqués de lettres grecques.

b) - En déduire l'angle de déviation D propre à chaque cas, en fonction de i et de r.

c) - Rechercher ensuite, ***si elle existe***, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus (*sin* i) de l'angle d'incidence et l'indice n de l'eau.

B.5. - Le soleil étant supposé très bas sur l'horizon, normal au dos d'un observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte d'eau se trouve sur deux cônes d'axes confondus avec la direction solaire et de demi-angles au sommet $\theta_2 = 180° - D_2$ (justification de l'arc primaire) et $\theta_3 = D_3 - 180°$ (justification de l'arc secondaire).

B.6. - Les angles θ_2 et θ_3 dépendant de l'indice n de l'eau, on observe un phénomène d'irisation dû au fait que cet indice évolue en fonction de la longueur d'onde. Calculer ces angles pour le rouge et le violet, sachant que pour le rouge l'indice vaut 1,3317 tandis que pour le violet il est égal à 1,3448.

- En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets.

B.7. - Interférences

Les directions angulaires D_2 et D_3 sont celles d'un étroit faisceau émergent de lumière parallèle où, dans tout plan d'onde, tous les rayons lumineux présentent entre eux une différence de marche nulle. On peut aussi rencontrer des rayons qui, arrivés sous des incidences différentes, émergent dans une même direction D_x en présentant entre eux, dans tout plan d'onde, une différence de phase multiple entier de la longueur d'onde. Il devient alors possible d'observer un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits "surnuméraires".

B.7.1. Dans le cas d'une seule réflexion partielle à l'intérieur de la goutte d'eau (Figures 2 et 4) :

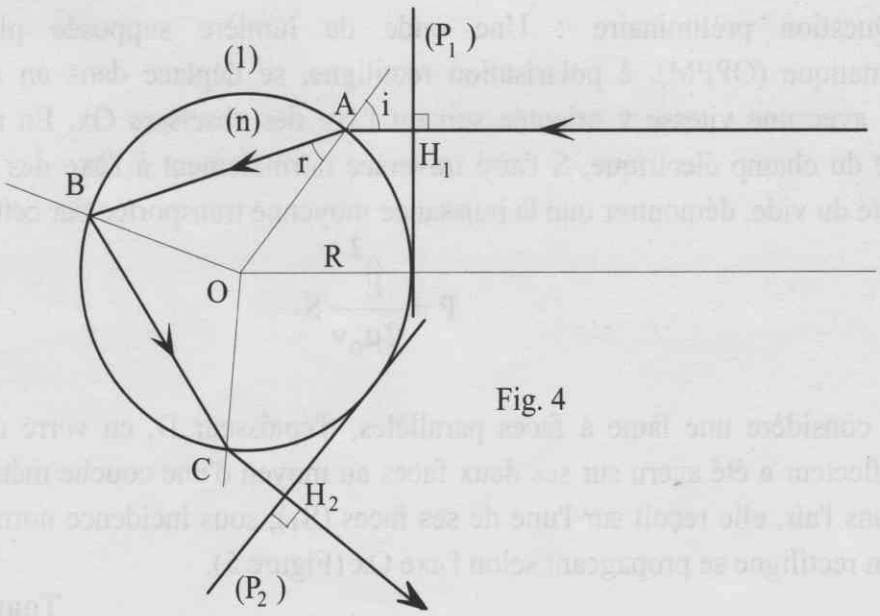


Fig. 4

a) Justifier que les plans (P_1) et (P_2) tangents à la sphère (Figure 4) sont des plans d'onde.
b) Calculer le chemin optique entre ces deux plans en fonction de n, i, r et R.
c) On considère deux rayons incidents parallèles arrivant sur la goutte d'eau avec deux incidences caractérisées par les angles i_1 et i_2. Montrer que, pour obtenir une même déviation (D_2 sur la figure 2) pour ces deux rayons, il faut que la différence des angles d'incidence $i_2 - i_1$ soit proportionnelle à la différence des angles de réfraction correspondants $r_2 - r_1$. Déterminer la constante de proportionnalité.
d) Quelle doit être la différence de marche entre ces deux rayons pour qu'ils donnent une interférence constructive ?

B.7.2. Dans le cadre d'une expérience ayant permis de visualiser la frange d'interférences d'ordre 2, des calculs effectués à l'ordinateur ont donné $i_2 = 67{,}98°$ et $i_1 = 50{,}13°$ avec une radiation rouge pour laquelle l'indice est égal à $n = 1{,}3317$.
a) Vérifier la condition B.7.1. (c).
b) Où est localisée cette frange pour un observateur du phénomène situé à grande distance ?
c) Sachant que la longueur d'onde utilisée est $\lambda = 0{,}75\ \mu m$ en déduire le diamètre d'une goutte d'eau.

A 1. $\lambda_{visible} \in [0,4 ; 0,8]$ µm → <u>aspérités < 0,04 µm</u>

2. Un objet parfaitement absorbant pour toute λ est <u>noir</u>
Un objet rouge par ex, absorbe toute λ sauf le rouge, donc <u>une plante verte n'absorbe pas le vert</u>

3. Un tissu bleu absorbe toute λ sauf le bleu. Comme on n'envoie pas de bleu, le tissu se présente comme s'il n'était pas du tout éclairé, donc <u>sombre</u>.

4. $\lambda_{bleu} < \lambda_{rouge}$ → $\nu_{bleu} > \nu_{rouge}$ → $\rho_{diffusion\ du\ bleu} \gg \rho_{diffusion\ rouge}$
$\nu = \frac{1}{c}$
$\rho_{diffusion} = \alpha \nu^4$
→ le <u>ciel est bleu</u>

• qd on regarde en direction du soleil couchant, on regarde alors dans une direction où une grande épaisseur d'atmosphère est traversée ; l'atmosphère traversée aura <u>surtout</u> diffusé les λ bleus, alors que les λ_{rouge} suivent la trajectoire soleil → œil. On voit donc un <u>soleil rouge</u>.

• A bord d'un satellite, hors atmosphère, aucun λ n'est diffusé car on est dans le vide. L'aspect du ciel est donc noir sauf dans les directions précises des étoiles ou du soleil.

B. 1. La dispersion correspond à la séparation des λ d'un rayonnement polychromatique dans un milieu où la vitesse de propagation dépend de λ.

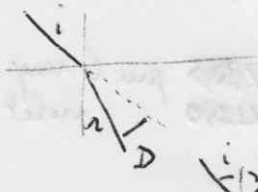
2. a.

$\boxed{\sin i = n \sin r}$ → $\cos i\, di = n \cos r\, dr$ ⇒ $\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}$

$\cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i}$

$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}$

⇒ $\boxed{\frac{dr}{di} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}}}$

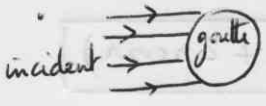
b. 

$\boxed{D = i - r}$

c.

$\boxed{D = \pi - 2i}$

B. 3. • Faisceau incident // ; on souhaite un faisceau émergent // donc une déviation unique.

• 

i varie selon l'impact du rayon

} ⇒ D varie très peu avec i soit $\boxed{\frac{dD}{di} = 0}$

B. 4. Fig 1 : a) $\boxed{\alpha = r}$ (triangle isocèle) $\boxed{\beta = i}$ (1er application de Descartes aux 2 réfractions)

b) $\boxed{D_1 = (i - r) + (\beta - \alpha) = 2(i - r)}$

c) $\frac{dD_1}{di} = 2 - 2\frac{dr}{di} = 0 \iff \frac{dr}{di} = 1 \iff 1 - \sin^2 i = n^2 - \sin^2 i$ <u>impossible</u>

Fig 2 : a) $\boxed{\alpha = r}$ (triangle isocèle) $\boxed{\gamma = r}$ (symétrie)
$\boxed{\beta = \alpha}$ (réflexion) $\boxed{\delta = i}$ (symétrie)

Fig.2 b) $\boxed{D_2 = (i-r) + (\pi - 2\alpha) + (i-r) = 2(i-r) + \pi - 2r = \pi + 2i - 4r}$

c) $\frac{dD_2}{di} = 2 - 4\frac{dr}{di} = 2 - 4\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}}$

$\frac{dD_2}{di} = 0 \iff \frac{1}{4} = \frac{1-\sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i} \iff n^2 + 3\sin^2 i - 4 = 0 \iff \boxed{\sin^2 i = \frac{4-n^2}{3}}$

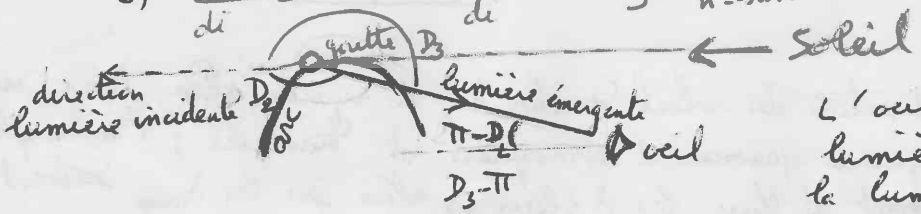
Fig.3 a) $\boxed{\alpha = r}$ (symétrie) $\boxed{\beta = \alpha = r}$ (réflexion) $\boxed{\gamma = \beta = r}$ (symétrie) $\boxed{\delta = \gamma = r}$ (réflexion) $\boxed{\Phi = S}$ (symétrie) $\boxed{S = i}$ Descartes

b) $D_3 = (i-r) + (\pi - 2\alpha) + (\pi - 2\gamma) + (i-r) = 2(i-r) + 2(\pi - 2r)$

$\boxed{D_3 = 2\pi + 2i - 6r}$

c) $\frac{dD_3}{di} = 0 = 2 - 6\frac{dr}{di} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1-\sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i} \Rightarrow n^2 + 8\sin^2 i - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{\sin^2 i = \frac{9-n^2}{8}}$

B.5.



L'oeil reçoit le maximum de lumière dans la direction de la lumière émergente telle que $\frac{dD}{di} = 0$

donc à la déviation calculée en b) pour fig 2 et fig 3

Par symétrie de révolution autour de l'axe de direction lumière incidente cela donne un cône de $\frac{1}{2}$ angle au sommet $\boxed{\theta_2 = \pi - D_2}$ $\boxed{\theta_3 = D_3 - \pi}$

6. Cas fig 2 $\sin^2 i_{\text{rouge}} = \frac{4-n^2}{3} = \frac{4-1{,}3317^2}{3} = 0{,}7422 \rightarrow D_{2\,\text{rouge}} = 180 + 2\times 59{,}43 - 4\times 40{,}31 = 137{,}7°$

$\sin^2 i_{\text{violet}} = \frac{4-1{,}3448^2}{3} = 0{,}7305 \rightarrow D_{2\,\text{violet}} = 180 + 2\times 58{,}73 - 4\times 39{,}46 = 139{,}6°$

Cas fig 3 $\sin^2 i_{\text{rouge}} = \frac{9-n^2}{8} = \frac{9-1{,}3317^2}{8} = 0{,}9033 \rightarrow D_{3\,\text{rouge}} = 360 + 2\times 71{,}88 - 6\times 45{,}54 = 230{,}5°$

$\sin^2 i_{\text{violet}} = \frac{9-n^2}{8} = \frac{9-1{,}3448^2}{8} = 0{,}8989 \rightarrow D_{3\,\text{violet}} = 360 + 2\times 71{,}46 - 6\times 44{,}83 = 233{,}9°$

arc primaire dans un cône $\frac{1}{2}$ angle au sommet : $180 - 137{,}7$ pour le rouge : $42{,}3°$; $180 - 139{,}6$ violet : $40{,}4°$

donc violet à l'intérieur

arc secondaire dans un cône de $\frac{1}{2}$ angle au sommet $230{,}5 - 180$ pour le rouge : $50{,}5°$; $233{,}9 - 180$ violet : $53{,}9°$

donc le rouge à l'intérieur

7. a) Les surfaces d'onde sont ⊥ rayons lumineux donc P_1 et P_2 sont des plans d'onde

b) Par symétrie $\left.\begin{array}{l}[H_1H_2] = 2[H_1B] \\ [H_1A] = R - R\cos i \\ [AB] = 2n R\cos r\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{[H_1H_2] = 2R(1 - \cos i + 2n\cos r)}$

c) fig 2 $D_2 = \pi + 2i - 4r$ on veut $D_2(i_1) = D_2(i_2)$ soit $2i_1 - 4r_1 = 2i_2 - 4r_2$

$\rightarrow \boxed{i_2 - i_1 = 2(r_2 - r_1)}$

d) . Pour avoir une interférence constructive entre ces 2 rayons il faut $[H_1H_2]_{(i_1)} = [H_1H_2]_{(i_2)} + m\lambda$ $m \in \mathbb{N}$

$\rightarrow \boxed{2R(1 - \cos i_1 + 2n\cos r_1) = 2R(1 - \cos i_2 + 2n\cos r_2) + m\lambda}$

$\boxed{\delta = m\lambda}$

B 7.2.a. $i_2 = 67,98° \Rightarrow \sin r_2 = \frac{\sin i_2}{n} = \frac{\sin 67,98}{1,3317} = 0,69 \Rightarrow r_2 = 44,12°$ (3)

$i_1 = 50,13° \Rightarrow r_1 = 35,19°$

$\Downarrow i_2 - i_1 = 17,85°$ $\Downarrow r_2 - r_1 = 8,93°$

on a bien $\boxed{(i_2 - i_1) = 2(r_2 - r_1)}$

b. Les rayons émergents sont // entre eux ; les interférences sont localisées à l'∞

c. cf B7.d. $2R(1 - \cos i_1 + 2n \cos r_1) = 2R(1 - \cos i_2 + 2n \cos r_2) \pm 2\lambda$ au ordre 2

$$\rightarrow R = \frac{\pm \lambda}{\cos i_2 - \cos i_1 + 2n(\cos r_2 - \cos r_1)} = \frac{\pm 0,75 \times 10^{-6}}{\cos 67,98 - \cos 50,13 + 2 \times 1,3317 (\cos 44,12 - \cos 35,19)}$$

$R = 1,41 \ \mu m$