

CCP 16 PC Partie B

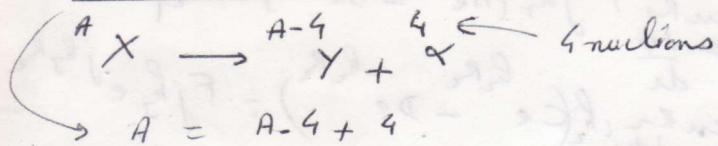
(1)

1.1 Noyau d'hélium = α

\Rightarrow noyau à 2 protons + 2 neutrons

chargé $+2|e|$, α est sensible au champ E

1.2 Conservation du nombre de masse A



$$1.3. 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{car } E_c = |e| U_{AB}$$

$$1.4. \rho = \frac{m}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \text{cte} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \\ R^3 \end{array} = \text{cte} \right.$$

$$\cdot m = A \frac{m}{\text{1 nucléon}} \quad \text{ou } R = \text{cte}'' A^{\frac{1}{3}} \text{ OK}$$

Pour des noyaux légers, c'est peut-être + difficile de les imaginer comme une sphère.

2.1 La traversée de la barrière s'appelle l'effet tunnel.

Pas de désintégration si $E_\alpha < 0$

2.2 Le puits est lié à l'interaction forte entre nucléons, α passe à dans le noyau père.

- Interaction + forte que la répulsion coulombienne étant que $r < R_1$.
- Interaction à très courte distance ($r < R_1$)

2.3. Pour $r > R$ l'interaction est la répulsion électrostatique entre α et noyau fils (tous 2 chargés +)

$$V(r) = \frac{2(2e)^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{K}{r} \quad \text{avec } K = \frac{2(2e)^2}{4\pi\epsilon_0}$$

(charge de noyau fils $(Z-2)e$)
(charge de α $2e$)

$$2.4.1. E_\alpha = \frac{2(84-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\text{d'où } R_2 = \frac{82e^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}$$

$$\text{AN: } R_2 = \frac{2 \times 82 \times 1,6 \times 10^{-19} e^2}{5,4 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}$$

$$R_2 = \frac{2 \times 82 \times 1,6 \times 9}{5,4 \times 10^6} \times 10^{-16}$$

$$R_2 = 4,4 \times 10^{-14} \text{ m} = 43,7 \text{ fm}$$

$$V_2 = V(R_1) = \frac{K}{R_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_2 = E_\alpha \cdot \frac{R_2}{R_1} \\ E_\alpha = \frac{K}{R_2} \end{array} \right.$$

$$V_2 = 5,4 \times \frac{44}{7,6} = 31,2 \text{ MeV}$$

$R_2 - R_1 \approx 36$ fm alors que $R_1 \approx 8$ fm
La barrière est au moins 4 fois + large que le puits \rightarrow "barrière épaisse"

$$2.4.2. \delta = \frac{(84-2) 1,6 \times 10^{-19} \times 2}{1,05 \times 10^{-34}} \times 36 \pi \times 10^9 \times \dots$$

$$\dots \times \sqrt{\frac{4 \times 1,66 \times 10^{-27}}{2 \times 5,4 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{7,6}{43,7}} \right)$$

$$\delta = \frac{82 \times 1,6 \times 36 \pi}{1,05} \sqrt{\frac{2 \times 1,66}{5,4 \times 1,6}} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{7,6}{43,7}} \right) \cdot 10^{-2}$$

$$\delta = 65,7$$

$$P = e^{-\delta} \ll 1 \quad P \approx 6 \cdot 10^{-29}$$

$$2.4.3. \text{Dans le puits } E_\alpha = E_{c\alpha} + E = E_{c\alpha} - V_1$$

$$E_{c\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha v^2 \text{ donc } v = \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m_\alpha}}$$

1 aller-retour dans le puits correspond à 1 parcours de $2R_1$, d'où une durée $\tau = \frac{2R_1}{v}$

$$\text{d'où une fréquence } f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2R_1} \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m_\alpha}}$$

$$\text{AN: } f = \frac{1}{2 \times 8 \times 10^{-15}} \sqrt{\frac{2(5,4+10) \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}{4 \times 1,6 \times 10^{-27}}}$$

$$\lambda = f P$$

$$f = 1,7 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = 1,7 \cdot 10^{21} \times 6 \times 10^{-29} \approx 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Région } 1: -\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} + (-V_1)\phi = E_\alpha \phi$$

$$\text{soit } \frac{d^2\phi}{dr^2} + (E_\alpha + V_1) \frac{2m_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$$

$$\text{d'où } \phi = A e^{jk_1 r} + B e^{-jk_1 r}$$

avec $k_1 = \sqrt{\frac{2m_\alpha(E_\alpha + V_1)}{\hbar^2}}$

$$\text{Région } 2: -\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} + V_2 \phi = E_\alpha \phi$$

$$\text{soit } \frac{d^2\phi}{dr^2} + (V_2 - E_\alpha) \frac{2m_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$$

$$\text{d'où } \phi = C e^{jk_2 r} + D e^{-jk_2 r}$$

avec $k_2 = \sqrt{\frac{2m_\alpha(V_2 - E_\alpha)}{\hbar^2}}$

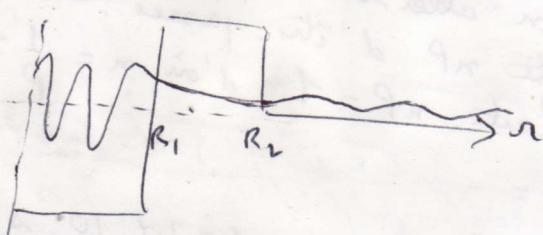
$$\text{Région } 3: -\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} = E_\alpha \phi$$

$$\text{soit } \frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2m_\alpha E_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$$

$$\text{d'où } \phi = F e^{jk_3 r} + G e^{-jk_3 r}$$

avec $k_3 = \sqrt{\frac{2m_\alpha E_\alpha}{\hbar^2}}$

L'onde en région 2 est une onde évanescante



5.2. $G=0$ car il ne peut pas y avoir d'onde retour (milieu ∞ au $r \rightarrow \infty$) (en effet $e^{-jk_2 r} e^{-i\frac{E_\alpha t}{\hbar}}$ est une onde qui progresse vers $r \rightarrow$)

2.5.3 ϕ et $\frac{d\phi}{dr}$ sont continues (2)
les relations de continuité sont les conditions
En R_1 : $A e^{jk_1 R_1} + B e^{-jk_1 R_1} = C e^{jk_2 R_1} + D e^{-jk_2 R_1}$
tan ϕ
en R_2 : $C e^{jk_2 R_2} + D e^{-jk_2 R_2} = F e^{jk_3 R_2}$
tan ϕ
en R_1 : $j k_1 (A e^{jk_1 R_1} - B e^{-jk_1 R_1}) = k_2 (C e^{jk_2 R_1} - D e^{-jk_2 R_1})$
en R_2 : $j k_2 (C e^{jk_2 R_2} - D e^{-jk_2 R_2}) = F j k_3 e^{jk_3 R_2}$

2.5.4 J_+ est le courant de probabilité de l'onde se propageant dans la région 1 vers R_1 .

$$P = \frac{|F|^2 k_3}{|A|^2 k_1}$$

$$2.5.5 P \approx e^{-2k_2 a}$$

$$\text{AN } k_2 = \frac{1}{1,05 \times 10^{-34}} \sqrt{\frac{2 \times 4 \times 1,66 \times 10^{-27} (5,4+10) 10^6}{1,6 \times 10^{-19}}}$$

$$k_2 = 1,7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-1}$$

$$a = R_2 - R_1 = (43,7 - 7,6) \text{ fm} = 36,1 \text{ fm}$$

$$k_2 a = 61,4$$

$P = e^{-61,4}$; c'en est pas loin par rapport à la réponse du 2.4.2.

La plus crédible provenance du modèle le plus précis, donc du 1^{er} modèle avec $V(r)$ en $\frac{K}{r}$.

$$3.1 \quad \vec{f}_* = \vec{f}_x + \vec{f}_y$$

les flèches noires représentent les vitesses dans le référentiel du centre de masse des 2 particules, mais pas les vitesses dans le laboratoire car la somme des deux n'est pas parallèle à la vitesse du noyau père.

B3.2 Conservation d'énergie :

$$\frac{m_x c^2}{x} = m_\alpha c^2 + E_{c\alpha} + E^* + m_\gamma c^2 + E_\gamma + E^*_\gamma$$

avec $Q_\alpha \equiv m_x c^2 - m_\alpha c^2 - m_\gamma c^2$ cela mène

$$\rightarrow Q_\alpha = E_{c\alpha} + E^* + E_{c\gamma} + E^*_\gamma$$

Si $E_\alpha^* = 20 \text{ MeV}$ et que $Q_\alpha \in [4; 10] \text{ MeV}$

sachant que $E_{c\alpha} > 0$, $E_{c\gamma} > 0$, $E^*_\gamma > 0$

on ne peut pas faire la consⁿ de l'énergie.
Il faut donc obtenir α à l'état fondamental avec $E^* = 0$.

d'où $Q_\alpha = E_{c\alpha} + E_{c\gamma} + E^*_\gamma$

3.3. Avec la quantité de mouvement conservée, et l'hypothèse que le noyau père est au repos, cela donne $\vec{0} = \vec{f}_\alpha + \vec{f}_\gamma$ soit $f_\gamma^2 = f_\alpha^2$

et comme $E_c = \frac{f^2}{2m}$: $2m_y E_{c\gamma} = 2m_\alpha E_{c\alpha}$

d'où $E_{c\gamma} = E_{c\alpha} \frac{m_\alpha}{m_y}$

Ainsi $Q_\alpha = E_{c\alpha} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_y}\right) + E_\gamma^*$

s'écrit

$$E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{m_\alpha}{m_y}} (Q_\alpha - E_\gamma^*)$$

Pour réaliser cela, il faut $E_{c\alpha} > 0$

s'écrit $Q_\alpha > E_\gamma^*$

cohérence ?

$$E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{4}{A-4}} (Q_\alpha - E_\gamma^*)$$

Avec $E_\gamma^* = 0$: $E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{4}{A-4}} \times 5,4$

on appelle le "bilan énergétique est (Q_α^*)

$E_{c\alpha} = 5,3 \text{ MeV}$ emportée par α

5. Limites ?

4.1.1 Calculons L avec $E_\alpha^* = 5,3 \text{ MeV}$ (3)

$L_{\text{air}} = 0,32 (5,3)^{1,5} = 3,9 \text{ cm}^{1,5} \text{ cm}$
c'est une faible portée donc pas dangereux

$$L_{\text{eau}} = L_{\text{air}} \frac{P_{\text{air}}}{P_{\text{eau}}} \sqrt{\frac{P_{\text{eau}}}{P_{\text{air}}}} = \frac{3,9 \cdot 1,3 \cdot 10^{-3}}{1} \sqrt{\frac{18}{29}}$$

$$L_{\text{eau}} \approx 4,0 \text{ cm} \text{ idem.}$$

4.1.2. Etant donné la faible portée, cela permet de cibler assez précisément la zone concernée et de fournir rapidement une cartographie.

4.2. Ordonnée en échelle log.

$$\ln N = -\lambda t + b \text{ d'après la courbe = droite}$$

d'où $N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{\ln N}{N_0} = -\lambda t$

Lecture courbe : $\lambda = \frac{\log(3 \cdot 10^{21}) - \log(7 \cdot 10^{20})}{300}$

$$\lambda = \frac{0,153 \text{ dB}}{300} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ jours}^{-1}$$

$$\lambda = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ s}, N = 3 \cdot 10^{21}$$

d'où $m_0 = N_0 \frac{M}{N_0} = 3 \cdot 10^{21} \frac{910}{6 \cdot 10^{23}} = 1 \text{ g}$

$$m_0 = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ g}$$

4.3. $\ln \frac{N_2}{N_0} = -\lambda T_{1/2}$ avec $N_2 = \frac{1}{2} N_0$

d'où $\ln 2 = \lambda T_{1/2}$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{1,2 \cdot 10^{-8}} = \frac{10^8 \ln 2}{1,2} = 0,5 \cdot 10^8 \text{ s}$$

(135 s d'après internet)

4.4. Il a une + forte activité massique que U mais une + courte période

4.5 Le Polonium a une durée de vie τ_p + courte que le plutonium. Il se désintègre + rapidement donc emprisonné + vite.

4.6. Dissipation d'énergie non pris en compte dans le bilan ici effectué.